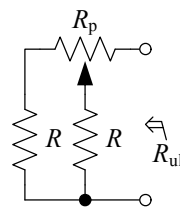


I област

1. Израчунати могући опсег улазне отпорности мреже приказане на слици 1 ако је $R = R_p = 30 \Omega$.

- Решење:
- a) $20 \Omega \leq R_{ul} \leq 45 \Omega$
 - b) $10 \Omega \leq R_{ul} \leq 60 \Omega$
 - c) $10 \Omega \leq R_{ul} \leq 15 \Omega$
 - d) $20 \Omega \leq R_{ul} \leq 70 \Omega$
 - e) ниједан од понуђених одговора

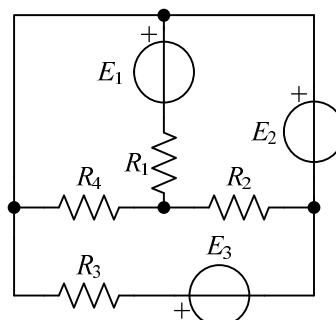


Слика 1.

I област

2. У колу сталне струје приказаном на слици 2 је $E_1 = 16 \text{ V}$, $R_1 = R_4 = 2 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 4 \text{ k}\Omega$ и $R_3 = 10 \text{ k}\Omega$. За вредности емс E_2 и E_3 за које је укупна снага свих отпорника у колу минимална, израчунати вредност израза $2E_2 + 3E_3$.

- Решење:
- a) $2E_2 + 3E_3 = -48 \text{ V}$
 - b) $2E_2 + 3E_3 = 0$
 - c) $2E_2 + 3E_3 = 32 \text{ V}$
 - d) $2E_2 + 3E_3 = 40 \text{ V}$
 - e) ниједан од понуђених одговора

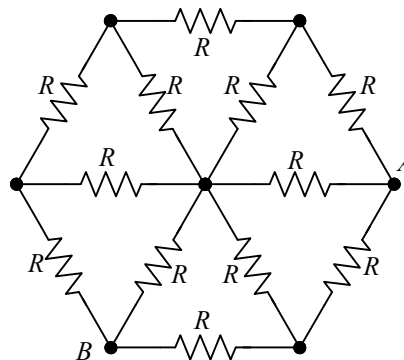


Слика 2.

II област

3. Дванаест идентичних отпорника отпорности $R > 0$ повезано је као на слици 3. Одредити израз за еквивалентну отпорност између тачака A и B.

- Решење:
- a) $R_{AB} = \frac{9}{20} R$
 - b) $R_{AB} = \frac{11}{20} R$
 - c) $R_{AB} = \frac{3}{4} R$
 - d) $R_{AB} = \frac{4}{5} R$
 - e) ниједан од понуђених одговора

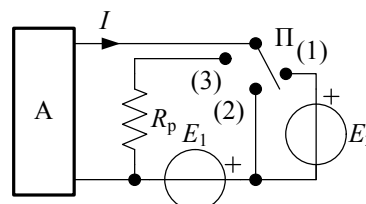


Слика 3.

II област

4. У колу сталне струје приказаном на слици 4 мрежа A се састоји од независних напонских и струјних генератора и линеарних отпорника. Познате су емс $E_1 = 1 \text{ V}$ и $E_2 = 2 \text{ V}$, а отпорност отпорника R_p је у границама $100 \Omega \leq R_p \leq 1 \text{ k}\Omega$. Када је преклопник П у положају (1), тада је $I^{(1)} = 15 \text{ mA}$, а када је преклопник у положају (2), тада је $I^{(2)} = 25 \text{ mA}$. Израчунати могући опсег снаге отпорника R_p када је преклопник у положају (3).

- Решење:
- a) $25 \text{ mW} \leq P_p \leq 40 \text{ mW}$
 - b) $20 \text{ mW} \leq P_p \leq 40 \text{ mW}$
 - c) $40 \text{ mW} \leq P_p \leq 45 \text{ mW}$
 - d) $25 \text{ mW} \leq P_p \leq 45 \text{ mW}$
 - e) ниједан од понуђених одговора



Слика 4.

III област

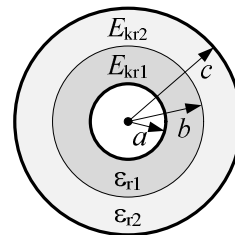
5. Затворена површ S налази се у линеарном хомогеном диелектрику релативне пермитивности $\epsilon_r = 3$. Укупно слободно наелектрисање обухваћено том површи је $Q = 6 \mu\text{C}$. Израчунати укупно везано наелектрисање обухваћено том површи.

- Решење:
- a) $Q_p = 0$
 - b) $Q_p = -2 \mu\text{C}$
 - c) $Q_p = -4 \mu\text{C}$
 - d) $Q_p = -18 \mu\text{C}$
 - e) ниједан од понуђених одговора

III област

6. Полупречник унутрашњег проводника сферног кондензатора је a , а унутрашњи полупречник спољашњег проводника је $c = 50 \text{ mm}$. Кондензатор има два концентрична слоја диелектрика, а полупречник њихове развојне површи је $b = 45 \text{ mm}$, као што је приказано на слици 6. Релативне пермитивности унутрашњег и спољашњег диелектрика су $\epsilon_{r1} = 5$ и $\epsilon_{r2} = 4$, респективно, а одговарајуће електричне чврстине диелектрика су $E_{kr1} = 50 \text{ MV/m}$ и $E_{kr2} = 40 \text{ MV/m}$. Израчунати полупречник a ($0 < a < b$) тако да пробојни напон кондензатора буде максималан.

- Решење:
- a) $a = 18 \text{ mm}$
 - b) $a \approx 25,7 \text{ mm}$
 - c) $a \approx 32,1 \text{ mm}$
 - d) $a = 36 \text{ mm}$
 - e) ниједан од понуђених одговора

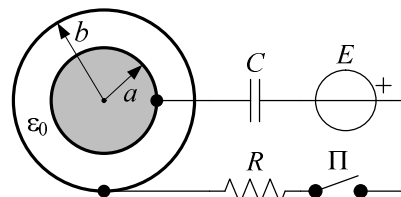


Слика 6.

IV област

7. У колу приказаном на слици 7 позната је стална емс E , отпорност R , капацитивност C ($E, R, C > 0$) и унутрашњи полупречник спољашње електроде сферног ваздушног кондензатора b ($b > 0$). Прекидач Π је отворен, а кондензатор C и сферни ваздушни кондензатор су неоптерећени. Након тога затвори се прекидач и успостави се стационарно стање. Одредити полупречник унутрашње електроде сферног кондензатора a ($0 < a < b$) тако да његова електростатичка енергија буде максимална.

- Решење:
- a) $a = \frac{1}{\frac{2\pi\epsilon_0}{C} + \frac{1}{b}}$
 - b) $a = \frac{1}{\frac{4\pi\epsilon_0}{C} + \frac{1}{b}}$
 - c) $a = \frac{1}{\frac{8\pi\epsilon_0}{C} + \frac{1}{b}}$
 - d) $a = \frac{1}{\frac{4\pi\epsilon_0}{C} + \frac{2}{b}}$
 - e) ниједан од понуђених одговора



Слика 7.

IV област

8. Две идентичне металне сфере постављене су близу једна другој, тако да је међусобна капацитивност $C = 5 \text{ pF}$. Одредити напон између прве сфере, наелектрисане наелектрисањем $Q_1 = 6 \text{ nC}$, и друге сфере, наелектрисане наелектрисањем $Q_2 = 2 \text{ nC}$.

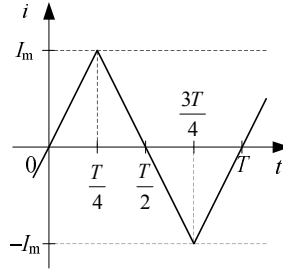
- Решење:
- a) $U_{12} = 400 \text{ V}$
 - b) $U_{12} = 600 \text{ V}$
 - c) $U_{12} = 800 \text{ V}$
 - d) $U_{12} = 1200 \text{ V}$
 - e) ниједан од понуђених одговора

V област

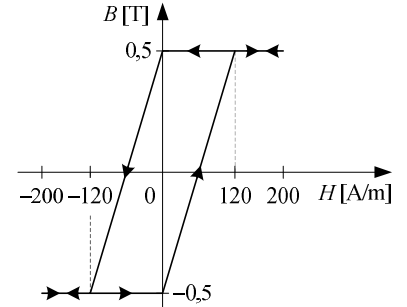
9. На танком торусу од феромагнетског материјала, средњег обима $l = 30 \text{ cm}$ и површине попречног пресека $S = 2 \text{ cm}^2$, равномерно и густо су намотана два намотаја. Примарни намотај има $N_1 = 600$ завојака са периодичном струјом максималне вредности $I_m = 100 \text{ mA}$ и периода $T = 4 \text{ ms}$, приказаном на слици 9.1. Секундарни намотај има $N_2 = 400$ завојака, а крајеви су му отворени. Хистерезисна крива језгра може се, за дату струју у примарном намотају, приказати као на слици 9.2. Израчунати средњу вредност напона секундарног намотаја.

Решење:

- a) $U_{2sr} = 0$
- b) $U_{2sr} = 10 \text{ V}$
- c) $U_{2sr} = 20 \text{ V}$
- d) $U_{2sr} = 40 \text{ V}$
- e) ниједан од понуђених одговора



Слика 9.1.



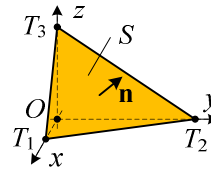
Слика 9.2.

V област

10. Отворена површ S има облик троугла са теменима у тачкама $T_1(a,0,0)$, $T_2(0,3a,0)$ и $T_3(0,0,2a)$, при чему је a позитивна константа. Површ се налази у сталном хомогеном магнетском пољу чији је вектор магнетске индукције $\mathbf{B} = B_0(3\mathbf{i}_x + 2\mathbf{i}_y + \mathbf{i}_z)$. Одредити израз за магнетски флукс кроз површ S у односу на дату нормалу \mathbf{n} .

Решење:

- a) $\Phi = 19B_0a^2 / 2$
- b) $\Phi = 25B_0a^2 / 2$
- c) $\Phi = 31B_0a^2 / 2$
- d) $\Phi = 37B_0a^2 / 2$
- e) ниједан од понуђених одговора



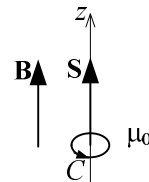
Слика 10.

VI област

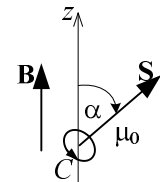
11. У вакууму је успостављено хомогено стално магнетско поље индукције $\mathbf{B} = B_0\mathbf{i}_z$. У том простору налази се равна савршено проводна контура C , површине S и самоиндуктивности L , као на слици 11.1. У контури C нема струје. Контура C се потом окрене тако да угао између нормале на контуру C и z -осе износи $\alpha = \pi/3$, као на слици 11.2, а спољашње магнетско поље се при томе не мења. Одредити израз за јачину струје контуре C за положај на слици 11.2 у односу на назначени референтни смер.

Решење:

- a) $I_C = \frac{B_0}{2L} S$
- b) $I_C = \frac{B_0}{4L} S$
- c) $I_C = \frac{B_0}{L} S$
- d) $I_C = \frac{2B_0}{L} S$
- e) ниједан од понуђених одговора



Слика 11.1.



Слика 11.2.

VI област

12. Попречни пресек врло дугачког соленоида је круг полупречника a . Оса соленоида поклапа се са z -осом на слици 12. Језгро соленоида је од неферомагнетског материјала, а подужна густина завојака је N' . У завојцима постоји временски променљива струја јачине $i(t)$. Поред соленоида постављен је праволинијски проводник, од тачке $Q(2a,0,0)$ до тачке $P(2a,2a,0)$. Занемарујући магнетско поље струја индукованих у језгру и проводнику, одредити израз за разлику потенцијала тачака P и Q , $V_P - V_Q$.

Решење:

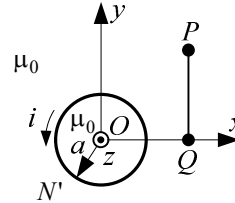
a) $V_P - V_Q = -\frac{\mu_0 N' \pi a^2}{4} \frac{di}{dt}$

b) $V_P - V_Q = +\frac{\mu_0 N' \pi a^2}{4} \frac{di}{dt}$

c) $V_P - V_Q = -\frac{\mu_0 N' \pi a^2}{8} \frac{di}{dt}$

d) $V_P - V_Q = +\frac{\mu_0 N' \pi a^2}{8} \frac{di}{dt}$

e) ниједан од понуђених одговора



Слика 12.

VII област

13. У колу простопериодичне струје приказаном на слици 13 познато је $e(t) = 4 \cos \omega t$ V, $i_g(t) = I_m \cos \omega t$ ($I_m > 0$) и $\omega L = 10 \Omega$. Напон u фазно предњачи електромоторној сили e за $\alpha = \pi/2$. Израчунати реактивну снагу идеалног напонског генератора.

Решење:

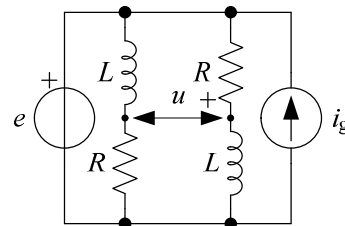
a) $Q_E = 0,4$ var

b) $Q_E = 0,6$ var

c) $Q_E = 0,8$ var

d) $Q_E = 1$ var

e) ниједан од понуђених одговора



Слика 13.

VIII област

14. У колу простопериодичне струје приказаном на слици 14 познато је $E = 10$ V, $\omega L = 100 \Omega$, $\frac{1}{\omega C} = 10 \Omega$ и $R = 20 \Omega$. Отпорности променљивих отпорника могу се мењати у опсезима $R_1 \in [0, 1 \text{ k}\Omega]$, $R_2 \in [0, 2 \text{ k}\Omega]$ и $R_3 \in [0, 3 \text{ k}\Omega]$. За отпорности променљивих отпорника за које је ефективна вредност напона U_{34} максимална, израчунати вредност израза $R_1 + 2R_2 + 3R_3$.

Решење:

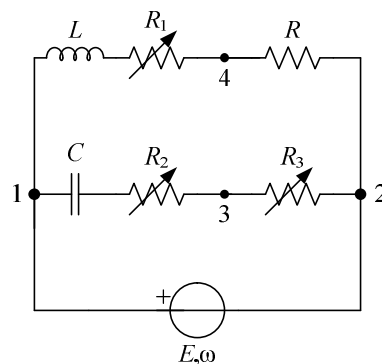
a) $R_1 + 2R_2 + 3R_3 = 0$

b) $R_1 + 2R_2 + 3R_3 = 150 \Omega$

c) $R_1 + 2R_2 + 3R_3 = 300 \Omega$

d) $R_1 + 2R_2 + 3R_3 = 720 \Omega$

e) ниједан од понуђених одговора



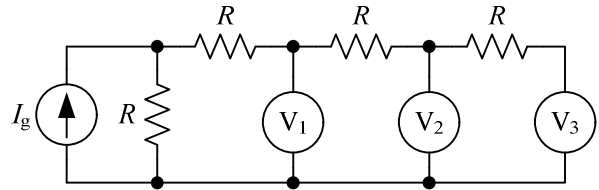
Слика 14.

VIII област

15. У колу простопериодичне струје приказаном на слици 15 повезана су три идентична реална волтметра. Показивање првог волтметра је $U_{V1} = 12 \text{ V}$, а трећег волтметра је $U_{V3} = 8 \text{ V}$. Унутрашње импедансе волтметара су чисто резистивне, а волтметри мере ефективне вредности напона. Израчунати показивање другог волтметра.

Решење:

- a) $U_{V2} = 10 \text{ V}$
- b) $U_{V2} = 4(\sqrt{10} - 1) \text{ V}$
- c) $U_{V2} = 4(\sqrt{11} - 1) \text{ V}$
- d) $U_{V2} = 4(\sqrt{12} - 1) \text{ V}$
- e) ниједан од понуђених одговора



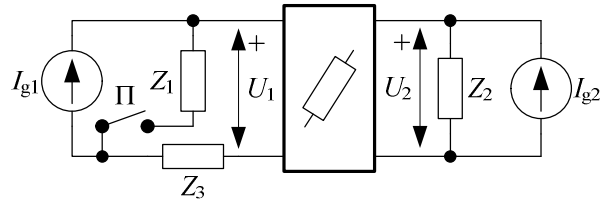
Слика 15.

VIII област

16. У колу простопериодичне струје са слике 16 познато је $Z_1 = (3 - j) \Omega$, $Z_2 = 10(2 - j) \Omega$, $Z_3 = 30(2 - j3) \Omega$, $I_{g1} = 2(1 + j2) \text{ A}$ и $I_{g2} = 2(1 + j) \text{ A}$, а сложена мрежа представљена правоугаоником састављена је само од пасивних линеарних елемената. Када је прекидач П затворен, познати су напони $U_1^{(z)} = 10(1 + j) \text{ V}$ и $U_2^{(z)} = 10(4 + j3) \text{ V}$. Израчунати напон $U_2^{(o)}$ када је прекидач отворен.

Решење:

- a) $U_2^{(o)} = 30(1 - j) \text{ V}$
- b) $U_2^{(o)} = 50(1 - j) \text{ V}$
- c) $U_2^{(o)} = 30(1 + j) \text{ V}$
- d) $U_2^{(o)} = 50(1 + j) \text{ V}$
- e) ниједан од понуђених одговора



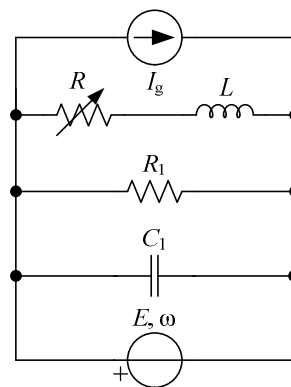
Слика 16.

IX област

17. У колу простопериодичне струје приказаном на слици 17 познато је $E = 20 \text{ V}$, $\omega L = 10 \Omega$ и $I_g = (-1 - j2) \text{ A}$. Отпорност R се може мењати. Уколико је познато да привидна снага идеалног напонског генератора не зависи од отпорности R , израчунати вредност израза $R_1 + \frac{6}{\omega C_1}$.

Решење:

- a) $R_1 + \frac{6}{\omega C_1} = 60 \Omega$
- b) $R_1 + \frac{6}{\omega C_1} = 70 \Omega$
- c) $R_1 + \frac{6}{\omega C_1} = 130 \Omega$
- d) $R_1 + \frac{6}{\omega C_1} = 140 \Omega$
- e) ниједан од понуђених одговора

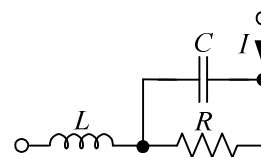


Слика 17.

IX област

18. У мрежи приказаној на слици 18 је $R = 500 \Omega$, $L = 200 \mu\text{H}$, $\omega = 10^6 \text{ s}^{-1}$ и $I \neq 0$. Реактивна снаге мреже је једнака нули. Израчунати све могуће вредности за модул комплексне импедансе ове мреже.

- Решење:
- a) $Z_1 = 50 \Omega$ и $Z_2 = 100 \Omega$
 - b) $Z_1 = 100 \Omega$ и $Z_2 = 400 \Omega$
 - c) $Z_1 = 100 \Omega$ и $Z_2 = 200 \Omega$
 - d) $Z_1 = 50 \Omega$ и $Z_2 = 400 \Omega$
 - e) ниједан од понуђених одговора

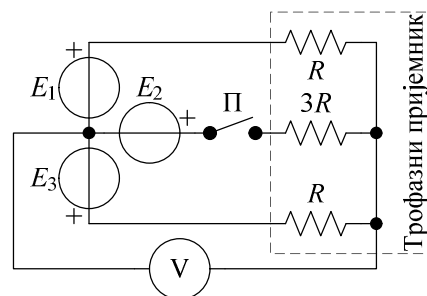


Слика 18.

X област

19. Трофазни пријемник прикључен је на симетричан трофазни систем електромоторних сила, као што је приказано на слици 19. Када је прекидач П затворен, показивање идеалног волтметра V је $U^{(z)} = 80 \text{ V}$. Израчунати показивање волтметра када је прекидач отворен.

- Решење:
- a) $U^{(o)} = 110 \text{ V}$
 - b) $U^{(o)} = 120 \text{ V}$
 - c) $U^{(o)} = 130 \text{ V}$
 - d) $U^{(o)} = 140 \text{ V}$
 - e) ниједан од понуђених одговора

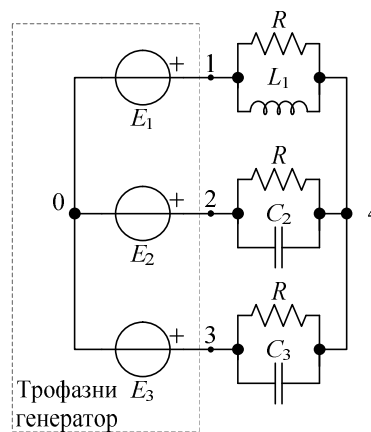


Слика 19.

X област

20. У трофазном колу приказаном на слици 20 електромоторне силе чине симетричан директан систем. Уколико је $R = 10 \Omega$, $E = 60 \text{ V}$ и $U_{40} = 30 \text{ V}$, израчунати активну снагу трофазног генератора.

- Решење:
- a) $P = 540 \text{ W}$
 - b) $P = 1080 \text{ W}$
 - c) $P = 1260 \text{ W}$
 - d) $P = 1350 \text{ W}$
 - e) ниједан од понуђених одговора



Слика 20.