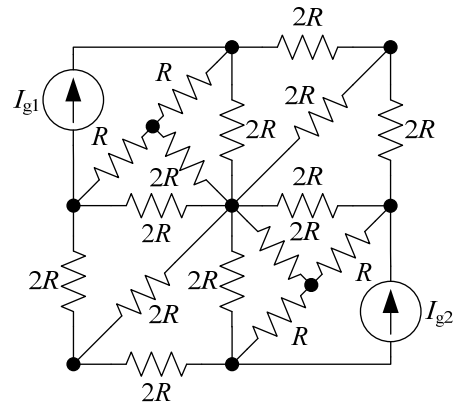


### I област

1. Када је у колу сталне струје приказаном на слици 1  $I_{g1} = -I_{g2} = I_g$ , укупна снага Џулових губитака је  $P_{\text{Juk}} = 5 \text{ W}$ . Колика је укупна снага Џулових губитака у колу када је  $I'_{g1} = I'_{g2} = 2I_g$ ?

Решење:

- a)  $P'_{\text{Juk}} = 6 \text{ W}$
- b)  $P'_{\text{Juk}} = 12 \text{ W}$
- c)  $P'_{\text{Juk}} = 18 \text{ W}$
- d)  $P'_{\text{Juk}} = 24 \text{ W}$
- e) ниједан одговор није тачан



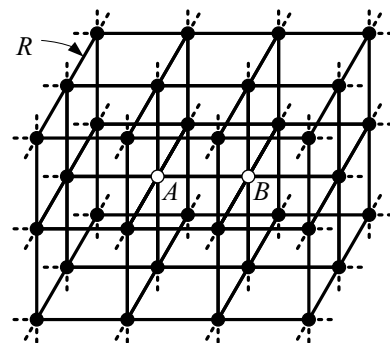
Слика 1.

### I област

2. Дата је жичана мрежа у облику бесконачне тродимензионе решетке приказане на слици 2. Отпорност сваког жичаног сегмената који спаја два суседна чвора је  $R$ . Одредити еквивалентну отпорност између тачака  $A$  и  $B$ .

Решење:

- a)  $R_{AB} = R/2$
- b)  $R_{AB} = R/3$
- c)  $R_{AB} = R/4$
- d)  $R_{AB} = R/6$
- e) ниједан одговор није тачан



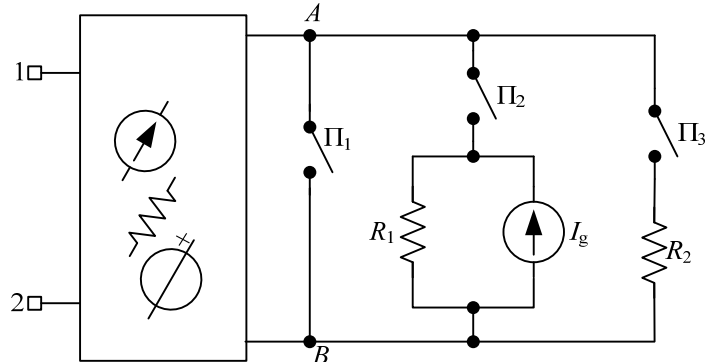
Слика 2.

**II област**

3. За коло сталне струје са слике 3, сложена мрежа представљена правоугаоником састављена је од отпорника и генератора. Прекидачима  $\Pi_1$ ,  $\Pi_2$  и  $\Pi_3$  успостављају се различита стања. Када је прекидач  $\Pi_1$  затворен, а прекидачи  $\Pi_2$  и  $\Pi_3$  отворени, познати су струја  $I_{AB}^{(1)} = 4 \text{ mA}$  и напон између отворених прикључака 1 и 2,  $U_{12}^{(1)} = 2 \text{ V}$ . При отвореним прекидачима  $\Pi_1$  и  $\Pi_3$ , а затвореном прекидачу  $\Pi_2$ , познати су напони  $U_{AB}^{(2)} = -3,6 \text{ V}$  и  $U_{12}^{(2)} = 3,8 \text{ V}$ . Када се, при отвореном прекидачу  $\Pi_1$  и затвореном прекидачу  $\Pi_2$ , затвори и прекидач  $\Pi_3$ , у коло се укључује пријемник отпорности  $R_2 = 200 \Omega$  и успостави се напон  $U_{12}^{(3)} = 2,45 \text{ V}$ . Израчунати струју струјног генератора  $I_g$ .

Решење:

- a)  $I_g = -10 \text{ mA}$
- b)  $I_g = 4 \text{ mA}$
- c)  $I_g = 3 \text{ mA}$
- d)  $I_g = -2 \text{ mA}$
- e) ниједан одговор није тачан



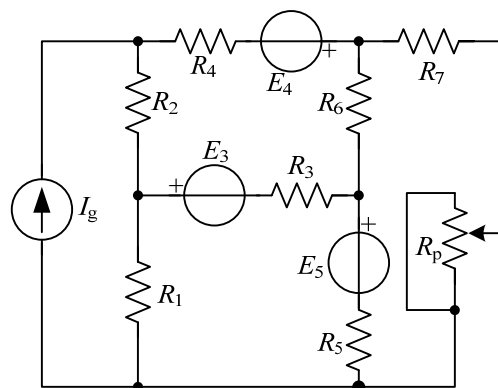
Слика 3.

**II област**

4. За коло сталне струје приказано на слици 4 познато је  $I_g = 60 \text{ mA}$ ,  $R_1 = R_6 = 100 \Omega$ ,  $R_2 = R_3 = 150 \Omega$ ,  $R_4 = R_5 = R_7 = 50 \Omega$ ,  $E_3 = 10 \text{ V}$ ,  $E_4 = 12 \text{ V}$ ,  $E_5 = 9 \text{ V}$  и отпорност потенциометра  $R_p = 400 \Omega$ . Израчунати максималну снагу потенциометра.

Решење:

- a)  $P_{p,\max} = 375 \text{ mW}$
- b)  $P_{p,\max} = 360 \text{ mW}$
- c)  $P_{p,\max} = 160 \text{ mW}$
- d)  $P_{p,\max} = 500/3 \text{ mW}$
- e) ниједан одговор није тачан



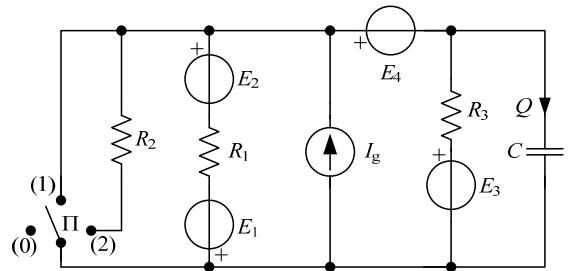
Слика 4.

### III област

5. У колу сталне струје приказаном на слици 5 је  $R_1 = 2 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $R_3 = 2 \text{ k}\Omega$ ,  $E_2 = 1 \text{ V}$  и  $C = 3 \mu\text{F}$ . Када је преклопник П у положају (0), оптерећеност кондензатора, према референтном смеру са слике, је  $Q^{(0)} = 45 \mu\text{C}$ . Када је преклопник П у положају (1), познато је  $Q^{(1)} = -15 \mu\text{C}$ . Израчунати оптерећеност кондензатора када је преклопник П у положају (2).

Решење:

- a)  $Q^{(2)} = -30 \mu\text{C}$
- b)  $Q^{(2)} = 30 \mu\text{C}$
- c)  $Q^{(2)} = -15 \mu\text{C}$
- d)  $Q^{(2)} = 15 \mu\text{C}$
- e) ниједан одговор није тачан



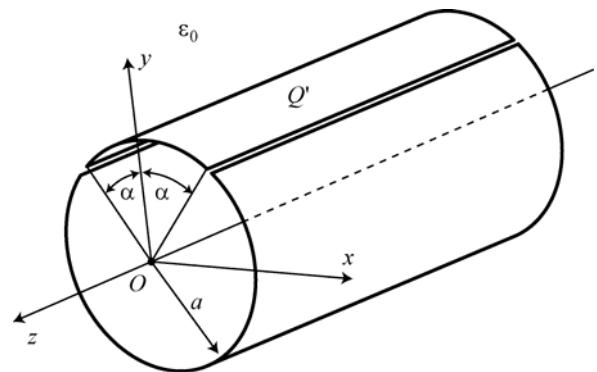
Слика 5.

### III област

6. Веома дугачак шупљак метални цилиндар, полупречника  $a$  и врло танког зида, расечен је на два дела по изводницама које су паралелне оси цилиндра, као што је приказано на слици 6. Подужна густина наелектрисања цилиндра је  $Q'$ . Околна средина је ваздух. Одредити подужну електростатичку силу на горњи део расеченог цилиндра ако је  $\alpha = \pi/3$ .

Решење:

- a)  $\mathbf{F}' = \frac{Q'^2 \sqrt{3}}{4\pi^2 \epsilon_0 a} \mathbf{i}_y$
- b)  $\mathbf{F}' = \frac{Q'^2}{4\pi^2 \epsilon_0 a} \mathbf{i}_y$
- c)  $\mathbf{F}' = \frac{Q'^2 \sqrt{3}}{8\pi^2 \epsilon_0 a} \mathbf{i}_y$
- d)  $\mathbf{F}' = \frac{Q'^2 \sqrt{3}}{8\pi \epsilon_0 a} \mathbf{i}_y$
- e) ниједан одговор није тачан



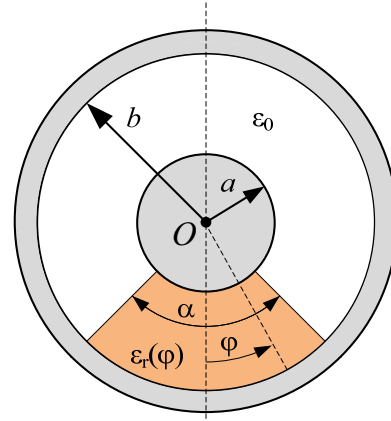
Слика 6.

#### IV област

7. Унутрашњи проводник веома дугачког коаксијалног вода читавом дужином лежи на клинастом подметачу од линеарног, нехомогеног, чврстог диелектрика, као што је приказано на слици 7. Полупречници проводника вода су  $a$  и  $b$  ( $b > a$ ), а изводне равни клинастог подметача секу се на оси вода и граде угао  $\alpha = \pi/2$ . Релативна пермитивност диелектрика је дата изразом  $\epsilon_r(\varphi) = 1 + \cos \varphi$ ,  $-\pi/4 < \varphi < \pi/4$  ( $\varphi$  је угао у односу на раван симетрије вода, као на слици 7). Напон између проводника вода је  $U$ . Одредити однос подужне електричне енергије у клинастом подметачу ( $W'_d$ ) и подужне електричне енергије у остатку коаксијалног вода ( $W'_0$ ).

Решење:

- a)  $W'_d / W'_0 = (\pi + \sqrt{2}) / (3\pi)$
- b)  $W'_d / W'_0 = (\pi + \sqrt{2}) / (2\pi)$
- c)  $W'_d / W'_0 = 1 + 1 / (\sqrt{2}\pi)$
- d)  $W'_d / W'_0 = (\pi + 2\sqrt{2}) / (3\pi)$
- e) ниједан одговор није тачан



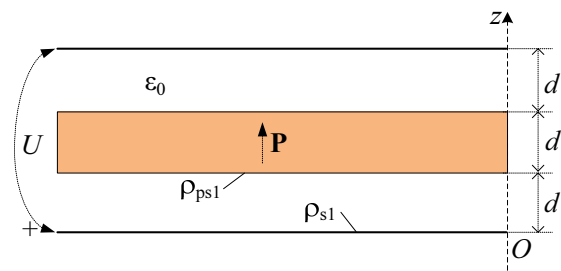
Слика 7.

#### IV област

8. На слици 8 приказан је плочасти кондензатор укупне дебљине  $3d$ , који је прикључен на константан напон  $U$ . У нелинеарном диелектрику постоји вектор поларизације који се при том напону може написати у облику  $\mathbf{P} = \frac{\epsilon_0 U}{2d} \mathbf{i}_z$ ,  $d < z < 2d$ . У остатку кондензатора је ваздух. Одредити однос густине површинског везаног наелектрисања на доњој површи диелектрика ( $\rho_{ps1}$ ) и густине површинског слободног наелектрисања на доњој електроди ( $\rho_{s1}$ ). Занемарити ивичне ефекте.

Решење:

- a)  $\rho_{ps1} / \rho_{s1} = 0,5$
- b)  $\rho_{ps1} / \rho_{s1} = 0,25$
- c)  $\rho_{ps1} / \rho_{s1} = -1$
- d)  $\rho_{ps1} / \rho_{s1} = -2$
- e) ниједан одговор није тачан



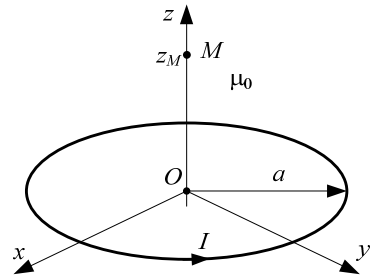
Слика 8.

### V област

9. Центар кружне струјне контуре је у координатном почетку Декартовог система, а контура лежи у  $Oxy$ -равни, као што је приказано на слици 9. Контура је у вакууму. Позната је јачина сталне струје контуре,  $I$ . Тачка  $M$  се налази на  $z$ -оси, на познатој висини  $z_M$  изнад  $Oxy$ -равни ( $z_M > 0$ ). Одредити полупречник контуре,  $a$ , тако да интензитет магнетске индукције у тачки  $M$  буде максималан.

Решење:

- a)  $a = z_M / 2$
- b)  $a = z_M \sqrt{2} / 2$
- c)  $a = z_M$
- d)  $a = z_M \sqrt{2}$
- e) ниједан одговор није тачан



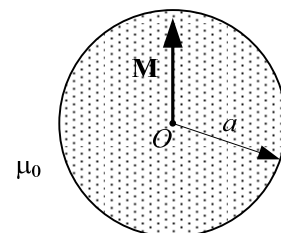
Слика 9.

### V област

10. Лопта од феромагнетика, полупречника  $a$ , налази се у ваздуху (слика 10). Лопта је хомогено намагнетисана по својој запремини, а вектор магнетизације у лопти ( $\mathbf{M}$ ) је познат. Одредити вектор магнетске индукције коју ова лопта ствара у свом центру (у тачки  $O$ ).

Решење:

- a)  $\mathbf{B} = \frac{2\mu_0 \mathbf{M}}{3}$
- b)  $\mathbf{B} = \frac{\mu_0 \mathbf{M}}{3}$
- c)  $\mathbf{B} = \frac{2\mathbf{M}}{3}$
- d)  $\mathbf{B} = \frac{\mathbf{M}}{3}$
- e) ниједан одговор није тачан



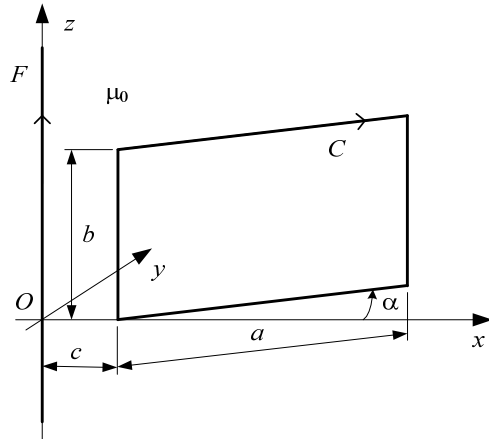
Слика 10.

## VI област

11. На слици 11 приказана је веома дугачка, праволинијска жица  $F$ , која лежи у вакууму на  $z$ -оси Декартовог координатног система. У близини те жице налази се правоугаона жичана контура  $C$ , страница  $a$  и  $b$ . Страница  $b$  постављена је паралелно  $z$ -оси на растојању  $c$  ( $c > 0$ ). Угао између странице  $a$  и  $x$ -осе је  $\alpha$  ( $0 < \alpha < \pi/2$ ). Одредити израз за међусобну индуктивност праволинијске жице  $F$  и правоугаоне контуре  $C$  за референтне смерове приказане на слици 11.

Решење:

- a)  $L_{12} = \frac{\mu_0}{2\pi} b \ln \frac{c}{\sqrt{a^2 + c^2 - 2ac \cos \alpha}}$   
 b)  $L_{12} = \frac{\mu_0}{2\pi} b \ln \frac{\sqrt{a^2 + c^2 + 2ac \cos \alpha}}{c}$   
 c)  $L_{12} = \frac{\mu_0}{2\pi} b \ln \frac{a \cos \alpha + c}{c}$   
 d)  $L_{12} = \frac{\mu_0}{2\pi} b \ln \frac{a \cos \alpha}{a \cos \alpha + c}$   
 e) ниједан одговор није тачан



Слика 11.

## VI област

12. У танком торусном језгру од феромагнетског материјала постоји простопериодична магнетска индукција учестаности  $f_1 = 100$  Hz и амплитуде  $B_m = 2$  T. При томе је средња снага губитака у језгру услед хистерезиса једнака  $P_{h1} = 12$  W, а средња снага губитака услед вихорних струја је  $P_{v1} = 16$  W. Израчунати укупну средњу снагу губитака у овом језгру при учестаности  $f_2 = 50$  Hz и амплитуди магнетске индукције  $B_m = 2$  T.

Решење:

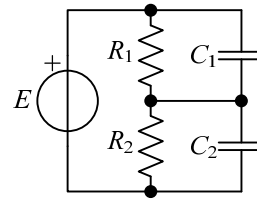
- a)  $P_2 = 7$  W  
 b)  $P_2 = 10$  W  
 c)  $P_2 = 11$  W  
 d)  $P_2 = 14$  W  
 e) ниједан одговор није тачан

### VII област

13. У колу простопериодичне струје приказаном на слици 13 је  $R_1 = 60 \Omega$ ,  $R_2 = 40 \Omega$  и  $C_1 = 3 \text{ pF}$ , а ефективна вредност емс генератора је константна и не зависи од учестаности. Израчунати капацитивност кондензатора  $C_2$  тако да снага отпорника  $R_2$  не зависи од учестаности.

Решење:

- a)  $C_2 = 2,5 \text{ pF}$
- b)  $C_2 = 3,5 \text{ pF}$
- c)  $C_2 = 4,5 \text{ pF}$
- d)  $C_2 = 5,5 \text{ pF}$
- e) ниједан одговор није тачан



Слика 13.

### VII област

14. Идеалан калем индуктивности  $L$  везан је у коло простопериодичне струје кружне учестаности  $\omega$ . Комплексни напон између прикључака калема је  $\underline{U} = \sqrt{3}(-1 + j) \text{ V}$ . Израчунати први тренутак ( $t \geq 0$ ) у коме је магнетска енергија калема максимална.

Решење:

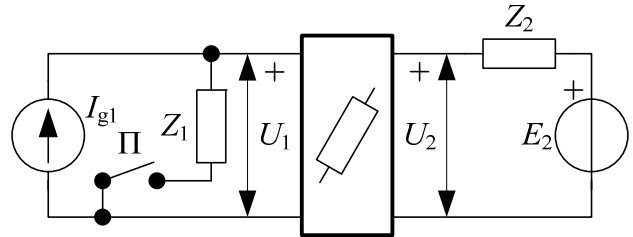
- a)  $t = \frac{\pi}{4\omega}$
- b)  $t = \frac{\pi}{3\omega}$
- c)  $t = \frac{4\pi}{3\omega}$
- d)  $t = \frac{3\pi}{4\omega}$
- e) ниједан одговор није тачан

**VIII област**

15. У колу простопериодичне струје са слике 15 познато је  $\underline{Z}_1 = \frac{1}{2}(1+j)\Omega$ ,  $\underline{Z}_2 = 2(1+j)\Omega$ ,  $\underline{I}_{g1} = 2(1+j2)\text{A}$  и  $\underline{E}_2 = j8\text{V}$ , а сложена мрежа представљена правоугаоником састављена је само од пасивних елемената. Када је прекидач П затворен, познати су напони  $\underline{U}_1 = (-1+j3)\text{V}$  и  $\underline{U}_2 = j4\text{V}$ . Израчунати напон  $\underline{U}'_2$  по отварању прекидача П.

Решење:

- a)  $\underline{U}'_2 = (-3+j8)\text{V}$
- b)  $\underline{U}'_2 = (3+j8)\text{V}$
- c)  $\underline{U}'_2 = (2+j3)\text{V}$
- d)  $\underline{U}'_2 = (2-j3)\text{V}$
- e) ниједан одговор није тачан



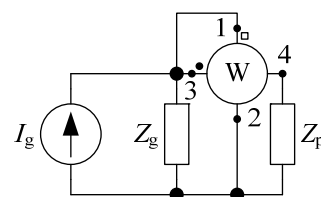
Слика 15.

**VIII област**

16. У колу простопериодичне струје приказаном на слици 16 је  $\underline{Z}_p = (3+j4)\Omega$  и  $\underline{I}_g = 1\text{A}$ . Прикључци 1 и 2 чине напонске, а 3 и 4 струјне прикључке ватметра W. Колика треба да буде импеданса генератора  $\underline{Z}_g$  да би идеални ватметар показивао максималну вредност?

Решење:

- a)  $\underline{Z}_g = -j25/4\Omega$
- b)  $\underline{Z}_g = (3-j4)\Omega$
- c)  $\underline{Z}_g = (4-j3)\Omega$
- d)  $\underline{Z}_g \rightarrow \infty$
- e) ниједан одговор није тачан



Слика 16.

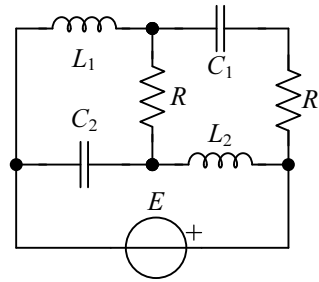


### IX област

17. У колу приказаном на слици 17 познато је  $L_1 = 20 \text{ nH}$ ,  $L_2 = 50 \text{ nH}$ ,  $R_1 > 0$  и  $C_2 = 20 \text{ pF}$ , а генератор је простопериодичан, кружне учестаности  $\omega = 10^9 \text{ s}^{-1}$  и ефективне вредности емс  $E = 200 \text{ V}$ . Израчунати отпорност  $R$  тако да средња снага тог отпорника буде  $P_R = 400 \text{ W}$ .

Решење:

- a)  $R = 25 \Omega$
- b)  $R = 25\sqrt{2} \Omega$
- c)  $R = 50 \Omega$
- d)  $R = 50\sqrt{2} \Omega$
- e) ниједан одговор није тачан



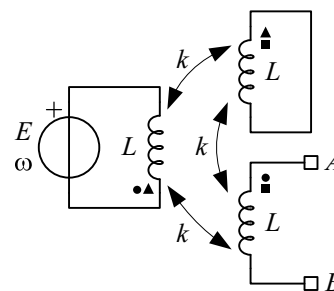
Слика 17.

### IX област

18. Одредити однос комплексног напона  $\underline{U}_{AB}$  и комплексне електромоторне силе  $\underline{E}$  у колу са слике 18 ако су познати ефективна вредност електромоторне силе  $E \neq 0$ , кружна учестаност  $\omega$ , индуктивност  $L$  и коефицијент индуктивне спреге  $k \neq 1$ .

Решење:

- a)  $\frac{\underline{U}_{AB}}{\underline{E}} = -\frac{k}{1+k}$
- b)  $\frac{\underline{U}_{AB}}{\underline{E}} = -\frac{k}{1-k}$
- c)  $\frac{\underline{U}_{AB}}{\underline{E}} = \frac{k}{1+k}$
- d)  $\frac{\underline{U}_{AB}}{\underline{E}} = \frac{k}{1-k}$
- e) ниједан одговор није тачан



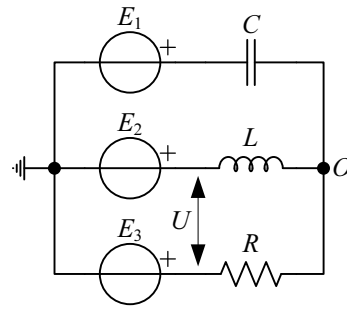
Слика 18.

**X област**

19. У трофазном колу приказаном на слици 19 електромоторне силе чине директан симетричан систем. Почетна фаза електромоторне силе  $E_1$  је нула. Ефективна вредност линијског напона је  $U = 1 \text{ kV}$ , кружна учестаност је  $\omega = 10^3 \text{ s}^{-1}$ , а импедансе грана потрошача су  $Z_R = Z_L = Z_C = 1 \text{ k}\Omega$ . Одредити тренутни потенцијал чвора  $O$ .

Решење:

- a)  $v_O(t) = \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{3}\right) \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \text{ kV}$
- b)  $v_O(t) = \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{3}\right) \sqrt{2} \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \text{ kV}$
- c)  $v_O(t) = \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{3}\right) \sqrt{2} \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \text{ kV}$
- d)  $v_O(t) = \left(2 + \frac{\sqrt{3}}{3}\right) \sqrt{2} \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \text{ kV}$
- e) ниједан одговор није тачан



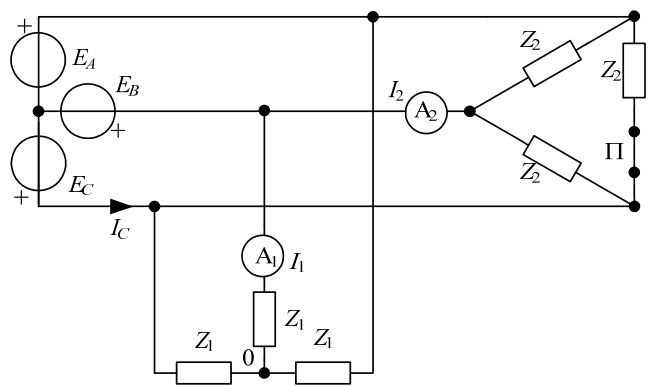
Слика 19.

**X област**

20. У колу са слике 20 електромоторне силе образују симетричан директан трофазни систем. Аргументи комплексних импеданси  $Z_1$  и  $Z_2$  су  $\phi_1 = \pi/6$  и  $\phi_2 = -\pi/3$ , респективно. Када је прекидач  $\Pi$  затворен, амперметар  $A_1$  показује ефективну вредност струје  $I_1 = 2 \text{ A}$ , а амперметар  $A_2$  показује  $I_2 = 6 \text{ A}$ . Амперметри су идеални. Израчунати ефективну вредност струје  $I_C$  при отвореном прекидачу  $\Pi$ .

Решење:

- a)  $I_C = \sqrt{4 - \sqrt{3}} \text{ A}$
- b)  $I_C = 2\sqrt{2 + \sqrt{3}} \text{ A}$
- c)  $I_C = 2\sqrt{4 + \sqrt{3}} \text{ A}$
- d)  $I_C = 2\sqrt{4 + 2\sqrt{3}} \text{ A}$
- e) ниједан одговор није тачан



Слика 20.