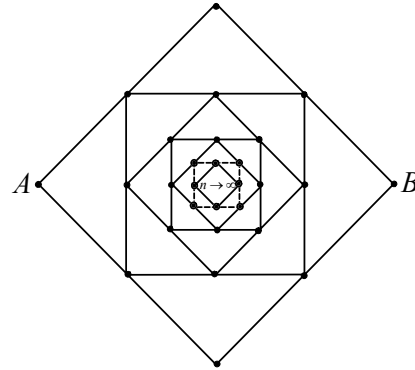


I област

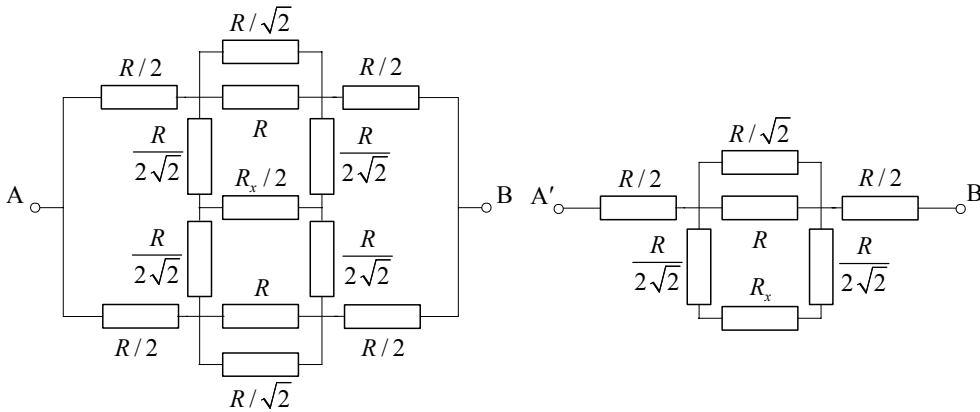
1. Дата је жичана отпорничка мрежа у облику бесконачно уписаних квадрата приказана на слици 1, чија је отпорност линеарно пропорционална дужини жице. Одредити еквивалентну отпорност између крајева А и В ако се зна да је отпорност жице једне стране највећег квадрата једнака $R = 85 \Omega$.

- Решење: **a)** $R_{AB} = 56 \Omega$
b) $R_{AB} = 54 \Omega$
c) $R_{AB} = 52 \Omega$
d) $R_{AB} = 50 \Omega$
e) ниједан одговор није тачан



Слика 1.

Решење задатка 1.



Слика 1а.

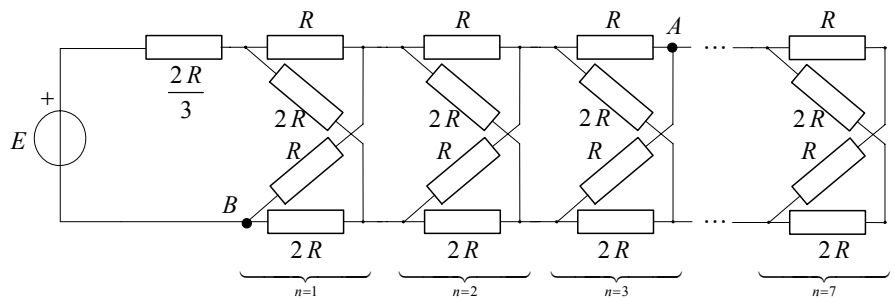
Како је $R_x = \lim_{n \rightarrow \infty} R_n = 2 \lim_{n \rightarrow \infty} R_{n-2}$, то на основу претходне слике 1а добијамо отпорност између тачака

А и В, тј. $R_x = R_{AB} = R_{A'B'} / 2 \Rightarrow 2R_x = R + \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{\sqrt{2}}{R} + \frac{1}{R_x + \frac{R}{\sqrt{2}}}} \Rightarrow R_x = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2} + 1}{2} R \approx 56,00 \Omega$

I област

2. Одредити напон U_{AB} између чвора А и чвора В у мрежи приказаној на слици 2. Познато је: $E = 129 \text{ V}$.

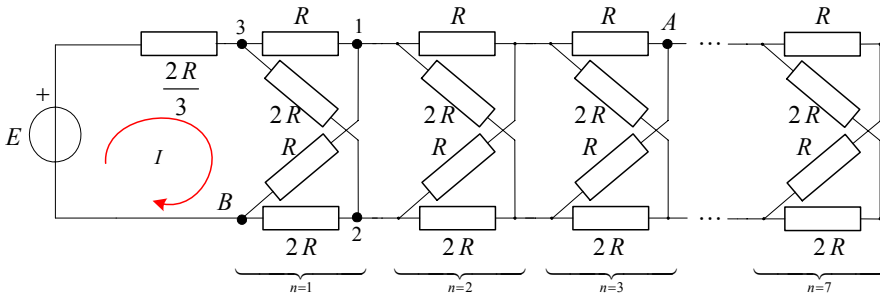
- Решење: **a)** $U_{AB} = 30 \text{ V}$
b) $U_{AB} = 43 \text{ V}$
c) $U_{AB} = 53 \text{ V}$
d) $U_{AB} = 86 \text{ V}$
e) ниједан одговор није тачан



Слика 2.

Решење задатка 2.

Може се уочити да је $U_{12} = 0$ (мост у равнотежи) $\Rightarrow U_{AB} = U_{1B}$, $I = \frac{E}{R_e}$, $R_e = \frac{2R}{3} + 2(R \parallel 2R) = 2R$.



$$U_{3B} = 2(R \parallel 2R)I = \frac{2E}{3}$$

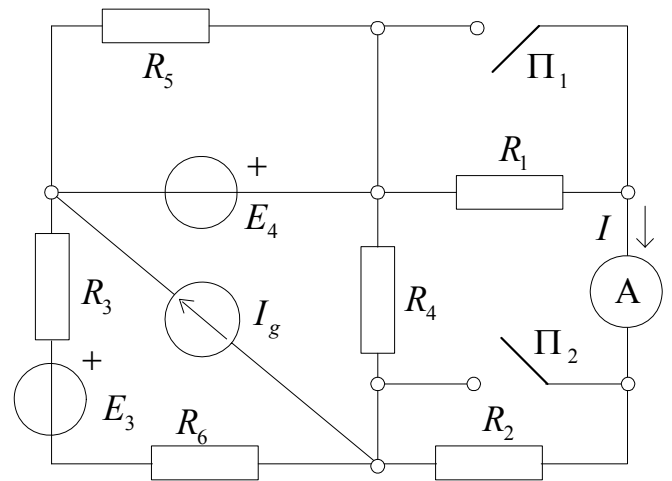
$$U_{1B} = \frac{U_{3B}}{2} = \frac{E}{3} = \frac{129}{3} = 43 \text{ V}$$

Слика 2а.

II област

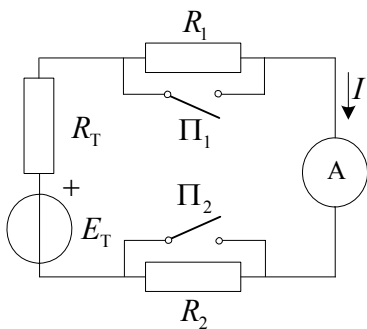
3. За коло приказано на слици 3. је познато: $R_1 = 300 \Omega$, $R_2 = 100 \Omega$, $R_3 = 330 \Omega$ и $E_3 = 10 \text{ V}$. Када су прекидачи Π_1 и Π_2 отворени, струја амперметра је $I = 1 \text{ A}$. Када је прекидач Π_1 затворен, а прекидач Π_2 отворен, струја амперметра је $I' = 2 \text{ A}$. Одредити струју амперметра I'' када је прекидач Π_1 отворен а прекидач Π_2 затворен.

- Решење: **a)** $I'' = 1,200 \text{ A}$
b) $I'' = 1,500 \text{ A}$
c) $I'' = 1,850 \text{ A}$
d) $I'' = 2,155 \text{ A}$
e) ниједан одговор није тачан



Слика 3.

Решење задатка 3.



Слика 3а.

Применом Тевененове теореме имамо:

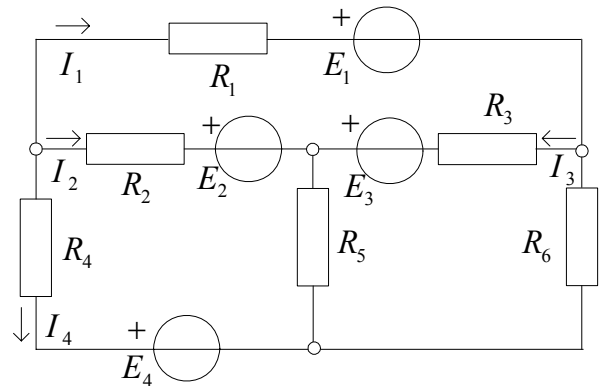
$$\left. \begin{aligned} I &= \frac{E_T}{R_T + R_1 + R_2} = 1 \text{ A за } \Pi_1\text{-отворен, } \Pi_2\text{-отворен} \\ I' &= \frac{E_T}{R_T + R_2} = 2 \text{ A за } \Pi_1\text{-затворен, } \Pi_2\text{-отворен} \end{aligned} \right\} \Rightarrow R_T = 200 \Omega,$$

$E_T = 600 \text{ V}$. Када су прекидачи Π_1 -отворен и Π_2 -затворен, струја амперметра је $I'' = \frac{E_T}{R_T + R_1} = \frac{600}{500} = 1,2 \text{ A}$.

II област

4. Дато је коло према слици 4. Ако је $E_1 = E_2 = E_3 = 0$ и $E_4 = 112\text{ V}$, назначене струје износе $I_1 = 8\text{ A}$, $I_2 = 7\text{ A}$, $I_3 = 1\text{ A}$. Ако је $E_1 = 11\text{ V}$, $E_2 = 21\text{ V}$, $E_3 = 11\text{ V}$ и $E_4 = 0$, одредити струју I_4 .

- Решење: а) $I_4 = 1\text{ A}$
б) $I_4 = 2\text{ A}$
 в) $I_4 = 3\text{ A}$
 г) $I_4 = 4\text{ A}$
 д) ниједан одговор није тачан



Слика 4.

Решење задатка 4.

Применом теореме узајамности (реципроцитета) и теореме суперпозиције, имамо:

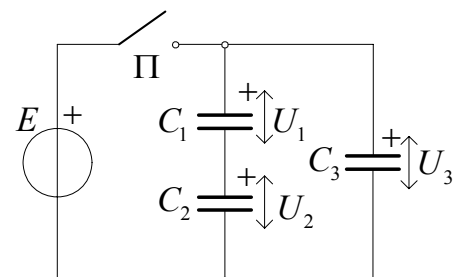
$$E_1 = E_2 = E_3 = 0 \text{ за } E_4 = 112\text{ V} \Rightarrow \begin{cases} I_1 = a_{41} E_4 \Rightarrow a_{41} = \frac{I_1}{E_4} = a_{14} \\ I_2 = a_{42} E_4 \Rightarrow a_{42} = \frac{I_2}{E_4} = a_{24} \\ I_3 = a_{43} E_4 \Rightarrow a_{43} = \frac{I_3}{E_4} = -a_{34} \end{cases}$$

$$E_4 = 0 \text{ за } E_1 = 11\text{ V}, E_2 = 21\text{ V} \text{ и } E_3 = 11\text{ V} \Rightarrow I_4 = a_{14} E_1 + a_{24} E_2 + a_{34} E_3 = 2\text{ A}$$

III област

5. Пре затварања прекидача П укупна енергија кондензатора C_1 , C_2 и C_3 је нула. Након затварања прекидача П, кондензатори се оптерете и на њима се успоставе напони U_1 , U_2 и U_3 према смеровима датим на слици 5. На кондензаторима C_3 и C_2 према референтним смеровима је установљен однос наелектрисања $Q_3 : Q_2 = 1$ и однос енергије $W_3 : W_2 = 5$. Одредити капацитивности C_2 и C_3 као и електромоторну силу E ако је енергија на кондензатору C_3 једнака $W_3 = 0,16\text{ J}$. Позната је капацитивност кондензатора $C_1 = 10\text{ }\mu\text{F}$.

- Решење:
- | | C_2 | C_3 | U |
|----------------------------|----------------------------|------------------------|----------------|
| а) | $40\text{ }\mu\text{F}$ | $8\text{ }\mu\text{F}$ | 163 V |
| б) | $20\text{ }\mu\text{F}$ | $4\text{ }\mu\text{F}$ | 141 V |
| в) C_3 | $40\text{ }\mu\text{F}$ | $8\text{ }\mu\text{F}$ | 200 V |
| г) | $40\text{ }\mu\text{F}$ | $4\text{ }\mu\text{F}$ | 200 V |
| д) | ниједан одговор није тачан | | |



Слика 5.

Решење задатка 5.

Како је $U_3 = E \Rightarrow \frac{W_3}{W_2} = \frac{U_3 Q_3}{U_2 Q_2} = 5$, следи $U_2 = \frac{E}{5}$ (*). Напони на кондензаторима C_1 и C_2

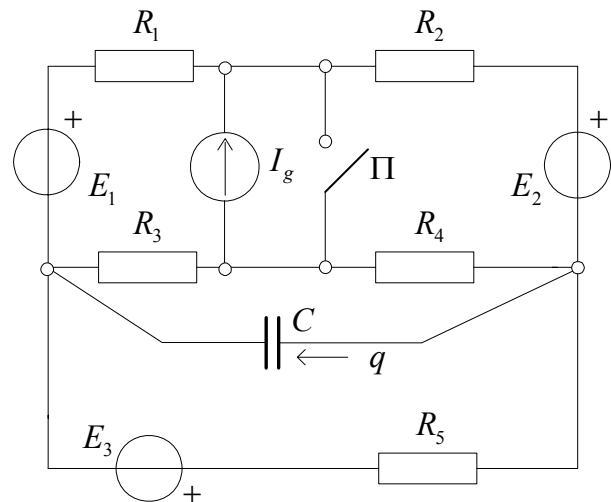
респективно су $U_1 = \frac{C_2}{C_1 + C_2} E$ и $U_2 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} E$ (**). Из (*) и (**) $\Rightarrow C_2 = 4C_1 = 40 \mu\text{F}$

Пошто је $\frac{Q_3}{Q_2} = \frac{C_3 E}{C_2 U_2} = \frac{5C_3}{C_2} = 1 \Rightarrow C_3 = \frac{C_2}{5} = 8 \mu\text{F}$, $W_3 = \frac{1}{2} C_3 E^2 \Rightarrow E = \sqrt{\frac{2W_3}{C_3}} = 200 \text{ V}$

III област

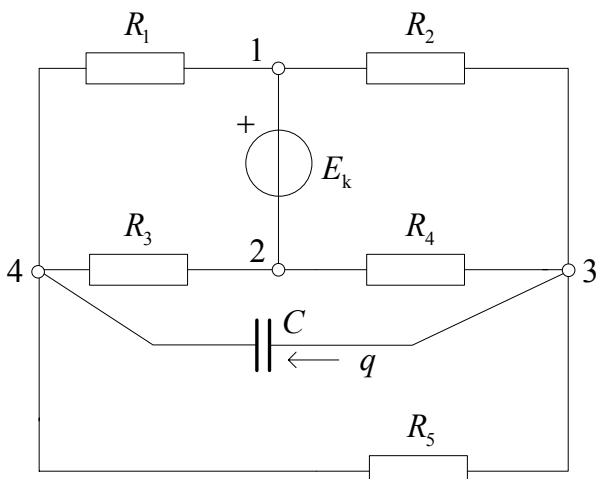
6. За коло приказаном на слици 6. је $E_1 = 12 \text{ V}$, $E_2 = 6 \text{ V}$, $E_3 = 1 \text{ V}$, $R_1 = R_4 = 1 \text{ k}\Omega$, $R_2 = R_3 = R_5 = 2 \text{ k}\Omega$ и $C = 10 \mu\text{F}$. Прекидач П је отворен и у колу је успостављено стационарно стање. Затим се прекидач П затвори. Од тренутка затварања прекидача до успостављања другог стационарног стања кроз кондензатор протекне количина електрицитета $q = 10 \mu\text{C}$. Израчунати снагу P_{I_g} идеалног струјног генератора у стационарном стању када је прекидач П отворен.

- Решење: а) $P_{I_g} = 15 \text{ mW}$
 б) $P_{I_g} = -10 \text{ mW}$
 в) $P_{I_g} = -15 \text{ mW}$
 д) $P_{I_g} = 20 \text{ mW}$
 е) ниједан одговор није тачан



Слика 6.

Решење задатка 6.



Слика 6а.

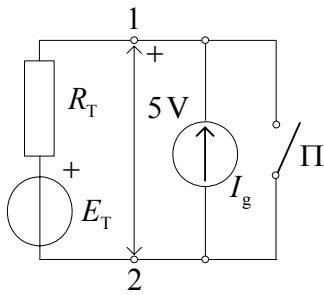
На основу теореме компензације (слика 6а.)

$$U_{12} = \begin{cases} E_k & \text{за } \Pi - \text{отворен} \\ 0 & \text{за } \Pi - \text{затворен} \end{cases}$$

и теореме линеарности

$$U_{34} = \begin{cases} a_{12} E_k & \text{за } \Pi - \text{отворен} \\ 0 & \text{за } \Pi - \text{затворен} \end{cases}$$

$\frac{q}{C} = \Delta U_{34} = -a_{12} E_k \Rightarrow E_k = -\frac{q}{a_{12} C} = 5 \text{ V}$, где је фактор пропорционалности $a_{12} = -1/5$ добијен на основу познатих отпорности мреже са слике 6а.



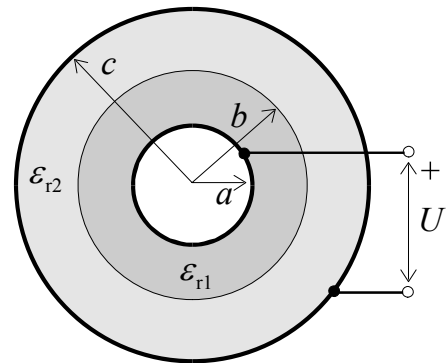
Слика 6б.

Применом Тевененове теореме у односу на тачке 1 и 2 са слике 6 можемо формирати електрично коло као на слици 6б, где су $E_T = \frac{65}{7} \text{ V}$ и $R_T = \frac{10}{7} \Omega$, тако да је $I_g = \frac{35-65}{10} = -3 \text{ mA}$ односно снага коју развија струјни извор $P_{I_g} = 5(-3)10^{-3} = -15 \text{ mW}$.

IV област

7. На слици 7. је приказан попречни пресек сферичног кондензатора са два хомогена линеарна диелектрика, при чему је први диелектрик чврст релативне пермитивности ϵ_{r1} , а други течан релативне пермитивности ϵ_{r2} . Познато је $a = 1,5 \text{ mm}$, $b = 6 \text{ mm}$ и $c = 12 \text{ mm}$. Кондензатор је прикључен на сталан напон U . Када је из овога кондензатора, кроз рупицу на спољној електроди, испуштен други, течни диелектрик, јачина електричног поља уз унутрашњу электроду се смањила за трећину, а јачина електричног поља уз спољашњу электроду се удвостручила. Одредити ϵ_{r1} .

- Решење: а) $\epsilon_{r1} = 3$
 б) $\epsilon_{r1} = 4$
 в) $\epsilon_{r1} = 6$
 г) $\epsilon_{r1} = 8$
 д) ниједан одговор није тачан



Слика 7.

Решење задатка 7.

Јачина електричног поља $E_1 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_{r1}a^2}$, $E_2 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_{r2}c^2}$ респективно уз унутрашњу и спољашњу

електроду када није исцурио течни диелектрик. Јачина електричног поља $E'_1 = \frac{Q'}{4\pi\epsilon_0\epsilon_{r1}a^2}$,

$E'_2 = \frac{Q'}{4\pi\epsilon_0c^2}$ респективно уз унутрашњу и спољашњу электроду када исцури течни диелектрик. На

основу услова задатак $\frac{E'_1}{E_1} = \frac{2}{3}$ и $\frac{E'_2}{E_2} = 2$ следи $\frac{Q'}{Q} = \frac{2}{3}$ и $\frac{Q'}{Q}\epsilon_{r2} = 2$ одакле се добија да је $\epsilon_{r2} = 3$.

Како је у оба случаја напон остао непромењен јер је кондензатор везан на стални извор, тј.

$$\frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_{r1}}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) + \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_{r2}}\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c}\right) = U \quad (*)$$

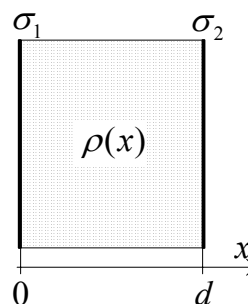
$$\frac{Q'}{4\pi\epsilon_0\epsilon_{r1}}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) + \frac{Q'}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c}\right) = U \quad (**)$$

Из релација (*) и (**) уз услов $\frac{Q'}{Q} = \frac{2}{3}$ добија се $\epsilon_{r1} = 6$.

IV област

8. Растојање електрода плочастог кондензатора приказаног на слици 8. је $d = 10 \text{ mm}$, а средина је вакуум. Између електрода постоји облак електрона познате запреминске густине наелектрисања $\rho(x) = \rho_0(x/d)^{-2/3}$, $0 < x < d$, где је $\rho_0 = -3 \mu\text{C/mm}^3$. Површинска густина наелектрисања леве електроде је $\sigma_1 = 0$. Одредити површинску густину наелектрисања десне електроде σ_2 тако да јачина електричног поља изван кондензатора буде једнака нули. Занемарити ивичне ефекте.

- Решење: а) $\sigma_2 = -30 \mu\text{C/mm}^2$
 б) $\sigma_2 = 60 \mu\text{C/mm}^2$
 в) $\sigma_2 = 90 \mu\text{C/mm}^2$
 д) $\sigma_2 = 0$
 е) ниједан одговор није тачан



Слика 8.

Решење задатка 8.

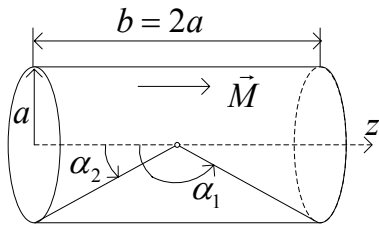
Како је $dE = \frac{\rho(x) dx}{2 \epsilon_0}$, $E = \frac{\sigma}{2 \epsilon_0}$ и коришћењем суперпозиције електричног поља дуж осе x , можемо писати $E = \frac{\sigma_1}{2 \epsilon_0} + \int_0^d \frac{\rho(x) dx}{2 \epsilon_0} + \frac{\sigma_2}{2 \epsilon_0} = 0 \Rightarrow \sigma_2 = -3 \rho_0 d = 90 \mu\text{C/mm}^2$.

V област

9. Феромагнетски цилиндар кружног попречног пресека, полупречника a и дужине $b = 2a$, хомогено је намагнетисан тако да је вектор магнетизације \vec{M} паралелан оси цилиндра. Околна средина је ваздух. Одредити вектор магнетске индукције \vec{B} у центру цилиндра.

- Решење: а) $\vec{B} = \mu_0 2 \sqrt{2} \vec{M}$
 б) $\vec{B} = \frac{\mu_0 \sqrt{2}}{4} \vec{M}$
 в) $\vec{B} = \frac{\mu_0 \sqrt{2}}{3} \vec{M}$
 д) $\vec{B} = \frac{\mu_0 \sqrt{2}}{2} \vec{M}$
 е) ниједан одговор није тачан

Решење задатка 9.



Слика 9а.

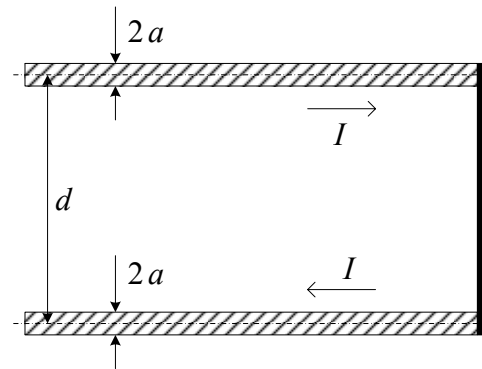
На основу слике 9а вектор магнетске индукције у центру феромагнетског цилиндра је $\vec{B} = \frac{\mu_0 I_A}{2b} (\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1) \vec{i}_z$, где је

$$I_A = M 2a, \alpha_1 = 3\pi/4 \text{ и } \alpha_2 = \pi/4, \text{ одакле следи } \vec{B} = \frac{\mu_0 \sqrt{2}}{2} \vec{M}.$$

V област

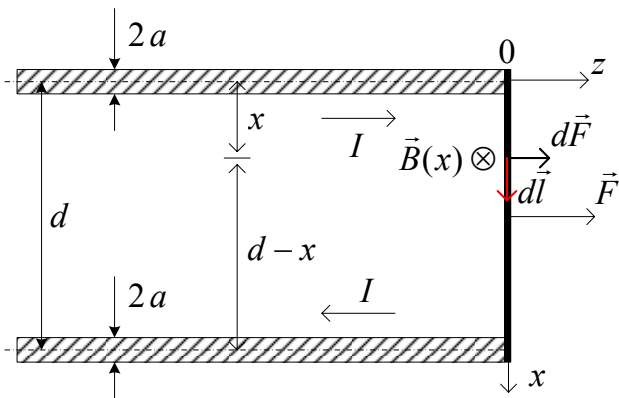
10. На једном крају веома дугачког ваздушног двожишног вода, полупречника проводника a и растојања између оса проводника d ($d \gg a$), прикључен је генератор сталног напона, а други крај вода је кратко спојен танким жичаним проводником, као што је приказано на слици 10. Одредити израз за интензитет магнетске силе на краткоспојник, када је интензитет струје у њему I .

- Решење: **a)** $F = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi} \ln \frac{d}{a}$
b) $F = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi} \ln \frac{d}{a}$
c) $F = \frac{\mu_0 I^2}{2} \ln \frac{d}{a}$
d) $F = \frac{\mu_0 I^2}{\pi} \ln \frac{d}{a}$
e) ниједан одговор није тачан



Слика 10.

Решење задатка 10.



Слика 10а.

На основу слике 10а вектор магнетске индукције је управан на раван коју захвата ваздушни вод, тако да је $d\vec{F} = d\vec{l} \times \vec{B}(x)$, одакле следи

$$F = \int_{x=a}^{d-a} \frac{\mu_0 I^2}{4\pi} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{d-x} \right) dx \approx \frac{\mu_0 I^2}{2\pi} \ln \frac{d}{a}$$

Задатак се може решити и на други начин, применом принципа виртуалних радова (помераја). Магнетска енергија ваздушног вода је $W_m = \frac{1}{2} L' z I^2 \Rightarrow F_z = \frac{dW_m}{dz} = \frac{1}{2} L' I^2 = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi} \ln \frac{d}{a}$.

VI област

11. За систем приказан на слици 11. низом прекидача Π_1 , Π_2 и Π_3 постављених на проводне шине, могуће је мењати магнетски флуks кроз затворено проводно коло. У првом тренутку прекидач Π_1 је затворен а прекидачи Π_2 и Π_3 отворени. Одредити протеклу количину наелектрисања q кроз балистички галванометар В.Г. у назначеном смеру, ако се затим отвори прекидач Π_1 и затвори прекидач Π_3 . Прекидач Π_2 је остао отворен. Отпорност шина и прекидача занемарити у односу на отпорност R_g балистичког галванометра. Прекидачи су нормални на шине, а цео систем се налази у хомогеном сталном магнетском пољу индукције B .

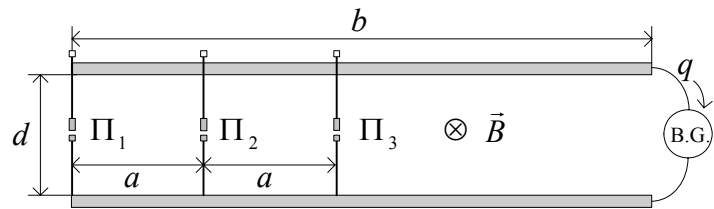
Решење: а) $q = \frac{(b-2a)d B}{R_g}$

б) $q = \frac{2 a d B}{R_g}$

в) $q = -\frac{2 a d B}{R_g}$

г) $q = 0$

д) ниједан одговор није тачан



Слика 11.

Решење задатка 11.

Електромагнетска индукција се јавља ако се проводник креће у магнетском пољу (динамичка индукција) или ако се магнетско поље мења у времену (статичка индукција)

$$\oint_C \vec{E}_{\text{ind}} d\vec{l} = \underbrace{-\int_S \frac{d\vec{B}}{dt} d\vec{S}}_{\text{статичка индукција}} + \underbrace{\oint_C (\vec{v} \times \vec{B}) d\vec{l}}_{\text{динамичка индукција}}$$

овде не постоји ни једна ни друга појава, па је протекла количина наелектрисања кроз балистички галванометар једнака $q = 0$.

VI област

12. На танко торусно језгро, површине попречног пресека S и средњег обима l , равномерно и густо је намотано N завојака. Отпорност намотаја је занемариво мала. У намотају постоји простопериодична струја ефективне вредности I и учестаности f . При успостављеној струји, циклус хистерезиса материјала од кога је начињено језгро приказан је на слици 12, где је $B_m / H_m = \mu_h$ позната константа. Одредити израз за снагу губитака услед хистерезиса у језгру.

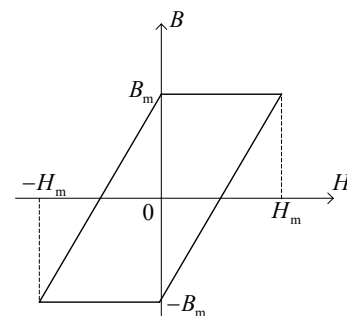
Решење: а) $P_h = 2\mu_h f N^2 S I^2 / l$

б) $P_h = 4\mu_h f N^2 S I^2 / l$

в) $P_h = 4\mu_h f N S I^2 / l$

г) $P_h = \mu_h f N^2 S I^2 / l$

д) ниједан одговор није тачан



Слика 12.

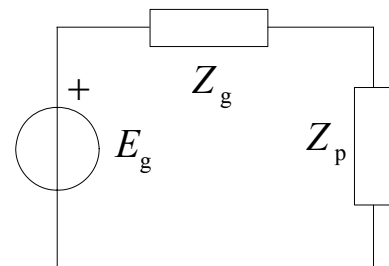
Решење задатка 12.

Густина снаге губитака у запремини услед хистерезиса је дата следећим изразом:
 $\frac{dP_h}{dv} = f S_h = f 2B_m H_m \Rightarrow P_h = l S f 2B_m H_m$, где су $H_m = NI\sqrt{2}/l$ и $B_m = \mu_h NI\sqrt{2}/l$. Тако да је снага губитака услед хистерезиса у језгру $P_h = 4 \mu_h f N^2 S I^2 / l$.

VII област

13. За коло простопериодичне струје приказано на слици 13. познато је: $E_g = 140 \text{ V}$, $Z_g = (6 + j8)\Omega$ и $\cos \varphi = 0,8$ претежно индуктивног пријемника Z_p . Одредити максималну средњу снагу $P_{p\max}$ пријемника.

- Решење: **a)** $P_{p\max} = 784 \text{ W}$
b) $P_{p\max} = 588 \text{ W}$
c) $P_{p\max} = 400 \text{ W}$
d) $P_{p\max} = 300 \text{ W}$
e) ниједан одговор није тачан



Слика 13.

Решење задатка 13.

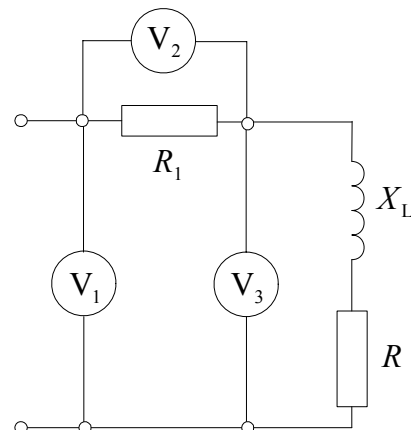
Из услова прилагођења пријемника на генератор $Z_p = Z_g$ добијамо $Z_p = (8 + j6)\Omega$, тако да је максимална средња снага $P_{p\max}$ пријемника

$$P_{p\max} = \frac{E_g^2}{|Z_g + Z_p|^2} \operatorname{Re}\{Z_p\} = 400 \text{ W}.$$

VII област

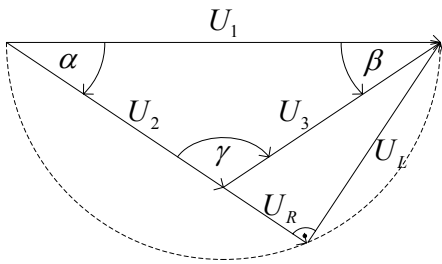
14. У колу са слике познато је $R_1 = 50\Omega$. Идеални волтметри V_1 , V_2 и V_3 показују напоне $U_1 = 100\sqrt{3} \text{ V}$, $U_2 = 100 \text{ V}$ и $U_3 = 100 \text{ V}$, респективно. Одредити импедансу $Z = R + jX_L$.

- Решење: **a)** $Z = (25 + j25\sqrt{3})\Omega$
b) $Z = (13 + j15)\Omega$
c) $Z = (17 - j45)\Omega$
d) $Z = (10 + j17,3)\Omega$
e) ниједан одговор није тачан



Слика 14.

Решење задатка 14. Задатак се може решити применом фазорског дијаграма приказаног на слици 14а за електрично коло са слике 14.



Слика 14а.

VIII област

Како је $U_2 = U_3 \Rightarrow \alpha = \beta$. На основу косинусне теореме имамо

$$\cos \alpha = \frac{U_1^2 + U_2^2 - U_3^2}{2U_1U_2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \alpha = 30^\circ, \gamma = 180^\circ - \alpha - \beta = 120^\circ$$

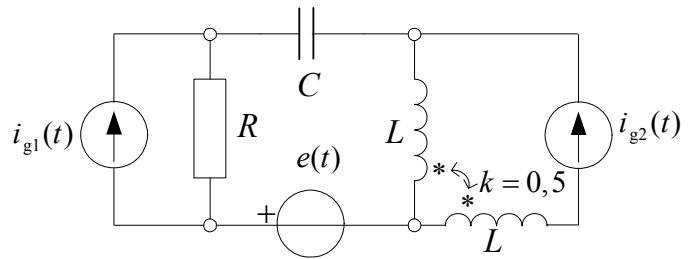
$$U_R = U_3 \cos 60^\circ = RI, U_L = U_3 \sin 60^\circ = X_L I, I = \frac{U_2}{R_1} = 2 \text{ A, тј.}$$

$$R = \frac{U_3 \cos 60^\circ}{I} = 25 \Omega \text{ и } X_L = \frac{U_3 \sin 60^\circ}{I} = 25\sqrt{3} \Omega, \text{ тако да је}$$

$$\text{тражена импеданса } \underline{Z} = (25 + j25\sqrt{3}) \Omega.$$

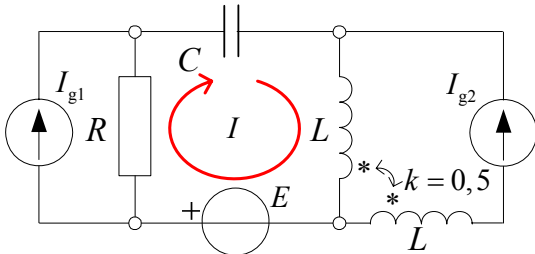
15. Одредити комплексну снагу напонског генератора у електричном колу приказаном на слици 15, ако је: $i_{g1} = 4\sqrt{2} \cos(\omega t + \pi/2) \text{ A}$, $i_{g2} = 12\sqrt{2} \cos(\omega t) \text{ A}$, $e(t) = 80\sqrt{2} \sin(\omega t + \pi/6) \text{ V}$, $\omega^2 LC = 1$, $R \omega C = 1$ и $R = 20 \Omega$.

- Решење: **a)** $\underline{S} = (458,56 + j80) \text{ VA}$
b) $\underline{S} = (80 + j458,56) \text{ VA}$
c) $\underline{S} = (458,56 - j80) \text{ VA}$
d) $\underline{S} = (80 - j458,56) \text{ VA}$
e) ниједан одговор није тачан



Слика 15.

Решење задатка 15. Применом рачуна у комплексном домену за временске облике струјних и напонских извора и коришћењем методе контурних струја имамо



Слика 15.

VIII област

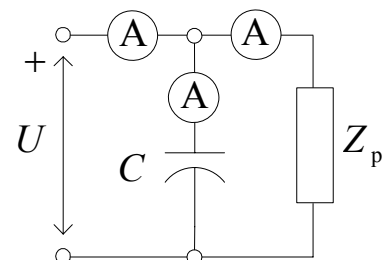
$$\underline{I}(R + \frac{1}{j\omega C} + j\omega L) - \underline{I}_{g1}R + (j\omega L - j\omega kL)\underline{I}_{g2} = \underline{E}. \text{ Како је}$$

$$\omega L = \frac{1}{\omega C} = R = 20 \Omega, \quad \underline{I}_{g1} = j4 \text{ A}, \quad \underline{I}_{g2} = 12 \text{ A} \text{ и}$$

$$\underline{E} = 80 e^{-j\pi/3} \text{ V} \text{ добија се } \underline{I} = (4e^{-j\pi/3} - j2) \text{ A} \text{ односно } \underline{S} = \underline{E} \underline{I}^* = (458,56 + j80) \text{ VA}.$$

16. За електрично коло на слици 16. сви идеални амперметри А показују струју I . Ако је ефективна вредност прикључног напона U , одредити израз за реактивну снагу Q претежно индуктивног пријемника импедансе \underline{Z}_p .

- Решење: **a)** $Q = UI / \sqrt{2}$
b) $Q = \frac{UI}{2\sqrt{2}}$
c) $Q = UI / 2$
d) $Q = \sqrt{2}UI$
e) ниједан одговор није тачан



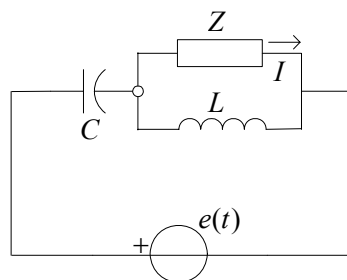
Слика 16.

Решење задатка 16. Како су: $\underline{I} = \frac{\underline{U}}{jX_C} + \frac{\underline{U}}{R + jX_L}$, $X_C = \frac{U}{I}$, $R^2 + X_L^2 = \frac{U^2}{I^2}$, $\underline{I} = \underline{U} \left(\frac{j}{U/I} + \frac{R - jX_L}{U^2/I^2} \right)$
 $\Rightarrow \frac{U}{I} = \sqrt{R^2 + \left(\frac{U}{I} - X_L \right)^2} \Rightarrow X_L = \frac{U}{2I}$, тако да је реактивна снага $Q = I^2 X_L = UI/2$.

IX област

17. Одредити импедансу \underline{Z} , тако да струја \underline{I} кроз импедансу \underline{Z} фазно предњачи у односу на електромоторну силу за угао $\psi = \pi/2$, када је $X_L = X_C$ и $e(t) = E\sqrt{2} \cos(100\pi t)$.

- Решење: **a)** само за $\underline{Z} = 0$
b) само за $\underline{Z} = 300\Omega$
c) не зависи од \underline{Z}
d) само за $\underline{Z} = j1500\Omega$
e) ниједан одговор није тачан



Слика 17.

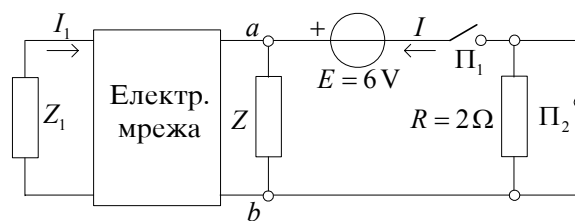
Решење задатка 17. Струја која се успоставља кроз импедансу \underline{Z} се може добити коришћењем струјног делила, тако да је

$\underline{I} = \frac{jX_L}{\underline{Z} + jX_L} \frac{\underline{E}}{\underline{Z} \parallel (jX_L) - jX_C} = \frac{j\underline{E}}{X_L} \Rightarrow \psi = \arg \left\{ \frac{\underline{I}}{\underline{E}} \right\} = \frac{\pi}{2}$, што значи да фазна разлика између струје \underline{I} и електромоторне силе \underline{E} не зависи од импедансе \underline{Z} .

IX област

18. У колу према слици 18, када је прекидач Π_2 затворен а прекидач Π_1 отворен, тада је $\underline{I}_1 = 2\text{ A}$ а $\underline{U}_{ab} = 2\text{ V}$. Када су Π_1 и Π_2 затворени, тада је $\underline{I} = 2\text{ A}$ и $\underline{I}_1 = 4\text{ A}$. Одредити струју \underline{I}_1 када се прекидач Π_2 отвори а Π_1 остане затворен.

- Решење: **a)** $\underline{I}_1 = 1\text{ A}$
b) $\underline{I}_1 = 2\text{ A}$
c) $\underline{I}_1 = 3\text{ A}$
d) $\underline{I}_1 = 4\text{ A}$
e) ниједан одговор није тачан



Слика 18.

Решење задатка 18. Користећи се теоремом линеарности $\underline{I}_1 = \underline{a}\underline{U}_{ab} + \underline{b}$ и $\underline{I}_1 = \underline{c}\underline{I} + \underline{d}$ добија се

$$\left. \begin{aligned} 2 &= \underline{a} \cdot 2 + \underline{b} \text{ за } \Pi_1 - \text{отворен}, & 2 &= \underline{c} \cdot 0 + \underline{d} \text{ за } \Pi_2 - \text{затворен} \\ 4 &= \underline{a} \cdot 6 + \underline{b} \text{ за } \Pi_1 - \text{затворен}, & 4 &= \underline{c} \cdot 2 + \underline{d} \text{ за } \Pi_2 - \text{затворен} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \underline{a} = 0,5 \text{ A/V}, \underline{b} = 1 \text{ A}, \underline{c} = 1 \text{ и } \underline{d} = 2 \text{ A}$$

На основу претходног, када се прекидач Π_2 отвори а Π_1 остане затворен добијамо:

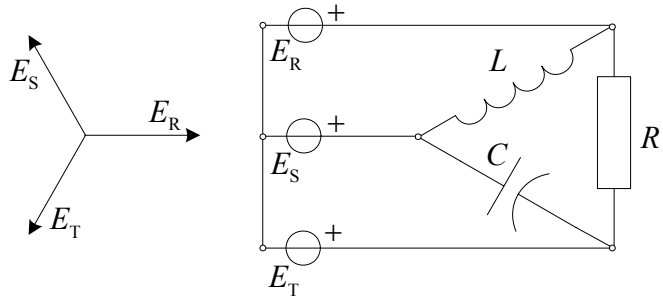
$$\underline{I}_1 = \frac{1}{2} \underline{U}_{ab} + 1 = \frac{1}{2} (6 - 2\underline{I}) + 1 \text{ јер је на основу електричног кола са слике 18 напон } \underline{U}_{ab} = 6 - 2\underline{I}, \text{ а}$$

$$\text{како је } \underline{I} = \underline{I}_1 - 2, \text{ то је тражена струја } \underline{I}_1 = \frac{1}{2} (6 - 2(\underline{I}_1 - 2)) + 1 \Rightarrow \underline{I}_1 = 3 \text{ A}.$$

Х област

19. Одредити реактансе X_L и $-X_C$ елемената L и C потрошача у трофазној симетричној мрежи приказаној на слици 19, тако да буду генератори симетрично и искључиво омски оптерећени.

- Решење: а) $X_L = X_C = 3R$
 б) $X_L = X_C = \sqrt{3}R$
 в) $X_L = X_C = R$
 д) $X_L = X_C = \frac{2R}{3}$
 е) ниједан одговор није тачан



Слика 19.

Решење задатка 19. Линијске струје према усаглашеним смеровима морају бити у фази са напонским генераторима и да њихове ефективне вредности буду једнаке по свакој линији због захтеваног симетричног оптерећења трофазног извора.

$$I_R = \frac{E_R - E_S}{jX_L} + \frac{E_R - E_T}{R} = E_R \left(\frac{1 - e^{j2\pi/3}}{jX_L} + \frac{1 - e^{-j2\pi/3}}{R} \right) \text{ а на основу услова } \arg \left\{ \frac{I_R}{E_R} \right\} = 0 \Rightarrow X_L = R\sqrt{3}$$

$$I_T = \frac{E_T - E_S}{-jX_C} + \frac{E_T - E_R}{R} = E_T \left(\frac{1 - e^{-j2\pi/3}}{-jX_C} + \frac{1 - e^{j2\pi/3}}{R} \right) \text{ а на основу услова } \arg \left\{ \frac{I_T}{E_T} \right\} = 0 \Rightarrow X_C = R\sqrt{3}$$

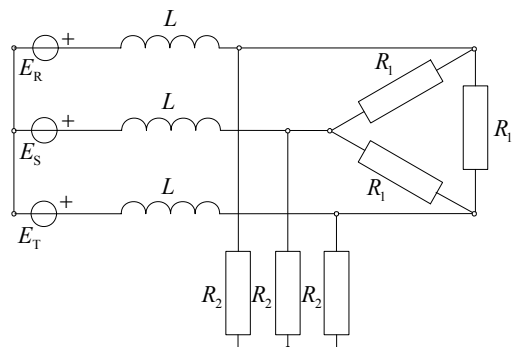
$$I_S = \frac{E_S - E_R}{jX_L} + \frac{E_S - E_T}{-jX_C} = E_S \left(\frac{1 - e^{-j2\pi/3}}{jX_L} + \frac{1 - e^{j2\pi/3}}{-jX_C} \right) \text{ а на основу услова } \arg \left\{ \frac{I_S}{E_S} \right\} = 0 \Rightarrow X_C = X_L$$

Одавде су линијске струје $I_k = \frac{E_k}{R}$, $k = R, S, T$.

Х област

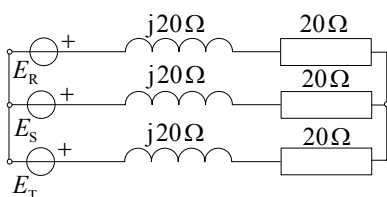
20. Група потрошача према слици 20, прикључена је на симетрични трофазни генератор чије су ефективне вредности фазних напона 220 V . Израчунати привидну снагу S трофазног генератора, ако је $R_1 = 120\ \Omega$, $R_2 = 40\ \Omega$ и $X_L = 20\ \Omega$.

- Решење: а) $S = 1210\sqrt{6}\text{ VA}$
 б) $S = 3630\sqrt{2}\text{ VA}$
 в) $S = 4240\text{ VA}$
 д) $S = 3630\sqrt{6}\text{ VA}$
 е) ниједан одговор није тачан



Слика 20.

Решење задатка 20.



Слика 20а.

Трансфигурацијом електричног кола са слике 20 добија се електрично коло приказано на слици 20а, тако да је привидна снага трофазног генератора

$$S = 3E^2 / Z = 3630\sqrt{2}\text{ VA}, \text{ где је } \underline{Z} = (20 + j20)\ \Omega.$$