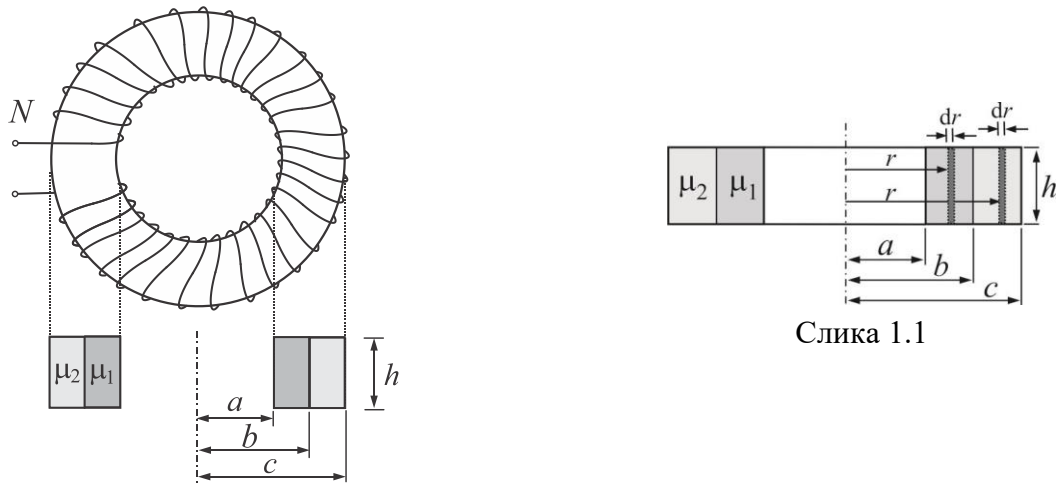


1. Торусно језгро правоугаоног попречног пресека, чији су облик и димензије приказани на слици 1, начињено је од два материјала релативних магнетних пермеабилности  $\mu_{r1}$  и  $\mu_{r2}$ . На торусном језгру је намотај са  $N$  навојака танке жице, кроз који протиче струја јачине  $I$ . Одредити коефицијент самоиндуктивности торусног намотаја.

Нумерички подаци:  $a = h = 10\text{cm}$ ,  $b = 15\text{cm}$ ,  $c = 20\text{cm}$ ,  $I = 1\text{A}$ ,  $N = 1000$ ,  $\mu_{r1} = 1$ ,  $\mu_{r2} = 2$ .



Слика 1

Слика 1.1

С обзиром да је задовољен гранични услов за тангенцијалну компоненту магнетног поља,  $H_1 = H_2 = H$ , (по раздвојној површини два магнетна материјала, у овом случају, не теку површинске макроскопске струје) применом генерализаног Амперовог закона:

$$\oint_C \vec{H} d\vec{l} = \sum I, \text{ добија се } H2\pi r = NI,$$

и одређује се магнетно поље у торусном намотају:

$$H = \frac{NI}{2\pi r}.$$

Магнетна индукција у делу торуса који је начињен од магнетног материјала магнетне пермеабилности  $\mu_1$  износи:

$$B_1 = \mu_1 H = \mu_1 \frac{NI}{2\pi r},$$

док је у делу торуса магнетне пермеабилности  $\mu_2$

$$B_2 = \mu_2 H = \mu_2 \frac{NI}{2\pi r}.$$

Флукс вектора магнетне индукције кроз један навојак торуса је:

$$\Phi_0 = \int_S \vec{B} d\vec{S} = \int_{S_1} B_1 dS + \int_{S_2} B_2 dS = \int_a^b \frac{\mu_1 NI}{2\pi r} h dr + \int_b^c \frac{\mu_2 NI}{2\pi r} h dr = \frac{NIh}{2\pi} \left( \mu_1 \ln \frac{b}{a} + \mu_2 \ln \frac{c}{b} \right).$$

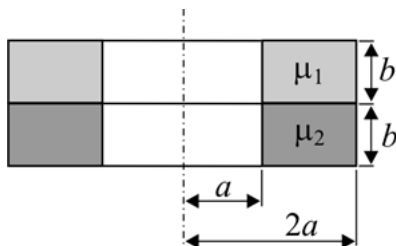
Укупан флукс кроз  $N$  навојака износи:

$$\Phi = N\Phi_0 = \frac{N^2 Ih}{2\pi} \left( \mu_1 \ln \frac{b}{a} + \mu_2 \ln \frac{c}{b} \right),$$

па је коефицијент самоиндуктивности торусног намотаја

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{N^2 h}{2\pi} \mu_0 \left( \mu_{r1} \ln \frac{b}{a} + \mu_{r2} \ln \frac{c}{b} \right) = 19.6\text{mH}.$$

2. Торусно језгро правоугаоног попречног пресека, чији су облик и димензије приказани на слици 2, начињено је од два различита материјала магнетних пермеабилности  $\mu_{r1}$  и  $\mu_{r2}$ . На торусном језгру је намотај са  $N$  навојака танке жице кроз који протиче струја  $I=1A$ . Одредити флукс вектора магнетне индукције кроз торусни намотај. Нумерички подаци:  $a=10cm$ ,  $b=6cm$ ,  $N=1000$ ,  $\mu_{r1}=1.01$ ,  $\mu_{r2}=1.02$ .

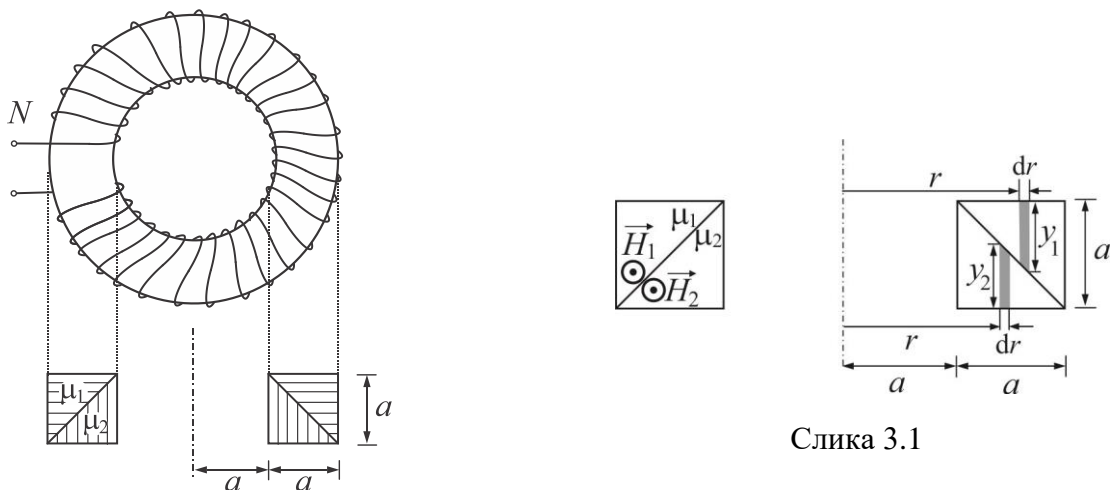


Слика 2

$$\Phi = \mu_0(\mu_{r1} + \mu_{r2}) \frac{N^2 I}{2\pi} b \ln 2 = 0.02436 \ln 2 \text{ Wb}.$$

3. Торусно језгро квадратног попречног пресека, чији су облик и димензије приказани на слици 3, начињено је од два различита материјала, магнетних пермеабилности  $\mu_1$  и  $\mu_2$ . На торусном језгру је намотај са  $N$  навојака танке жице, кроз који протиче струја јачине  $I$ . Одредити коефицијент самоиндуктивности торусног намотаја.

Нумерички подаци:  $a=20cm$ ,  $I=1A$ ,  $N=250$ ,  $\mu_{r1}=1$ ,  $\mu_{r2}=2$ .



Слика 3

Слика 3.1

Магнетно поље у торусном намотају је

$$H = \frac{NI}{2\pi r}.$$

Магнетна индукција у делу торуса који је начињен од магнетног материјала магнетне пермеабилности  $\mu_1$  износи:

$$B_1 = \mu_1 H = \mu_1 \frac{NI}{2\pi r},$$

док је у делу торуса магнетне пермеабилности  $\mu_2$

$$B_2 = \mu_2 H = \mu_2 \frac{NI}{2\pi r}.$$

Елементарне површине у срединама са магнетним пермеабилностима  $\mu_1$  и  $\mu_2$  су (слика 3.1):  
 $dS = (r - a)dr$  и  $dS = (2a - r)dr$ , респективно.

Флукс вектора магнетне индукције је:

$$\Phi = N \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = N \int_{S_1} B_1 dS + N \int_{S_2} B_2 dS = N \int_a^{2a} \frac{\mu_1 NI}{2\pi r} (r - a) dr + N \int_a^{2a} \frac{\mu_2 NI}{2\pi r} (2a - r) dr,$$

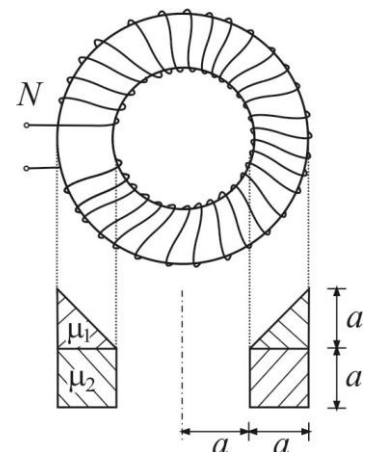
$$\Phi = \frac{N^2 Ia}{2\pi} [\mu_1(1 - \ln 2) + \mu_2(2 \ln 2 - 1)],$$

па је коефицијент самоиндуктивности торусног намотаја:

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{N^2 a}{2\pi} [\mu_1(1 - \ln 2) + \mu_2(2 \ln 2 - 1)],$$

$$L = 2.5 \text{ mH}.$$

4. Торусно језгро, чији су попречни пресек и димензије приказани на слици 4, начињено је од два различита неферромагнетна материјала, магнетних пермеабилности  $\mu_1$  и  $\mu_2$ . На торус је густо и равномерно намотано  $N$  навојака танке изоловане жице кроз које протиче стална струја  $I$ . Одредити коефицијент самоиндуктивности торуса.



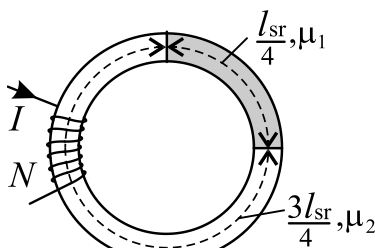
Слика 4

Коефицијент самоиндуктивности торусног намотаја је:

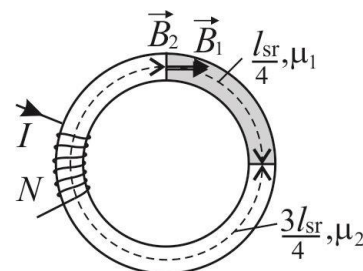
$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{N^2 a}{2\pi} [\mu_1(1 - \ln 2) + \mu_2 \ln 2].$$

5. Танак торус са  $N$  густо и равномерно намотаних навојака танке жице, дужине средње линије  $l_{sr}$  и површине попречног пресека  $S$ , састоји се од два дела начињена од различитих материјала магнетних пермеабилности  $\mu_1$  и  $\mu_2$  (слика 5). Кроз намотај протиче струја  $I$ . Одредити:

- Магнетну индукцију и магнетно поље у оба дела торуса;
- Коефицијент сопствене индуктивности торусног намотаја.



Слика 5



Слика 5.1

а) У овом примеру се користи услов да се нормална компонента вектора магнетне индукције не мења на раздвојној површини два магнетна материјала са различитим магнетним пермеабилностима, док се нормалне компоненте вектора магнетног поља скоковито мењају.

Како у овом танком торусу постоји једино нормална компонента вектора магнетне индукције у оба његова дела, то је:

$$B_1 = B_2 = B.$$

Магнетна поља у деловима торуса са различитим магнетним пермеабилностима је:

$$H_1 = \frac{B}{\mu_1} \text{ и } H_2 = \frac{B}{\mu_2}.$$

Линијски интеграл вектора магнетског поља по затвореној контури (циркулација вектора магнетног поља), који се јавља у првој Максвеловој једначини, мора се зато раздвојити на два дела:

$$c = \frac{1}{4}l_{sr} + \frac{3}{4}l_{sr} = c_1 + c_2.$$

Лева страна генерализаног Амперовог закона:

$$\oint_c \vec{H} d\vec{l} = \sum I,$$

има облик:

$$\oint_c \vec{H} d\vec{l} = \int_{c_1} \vec{H}_1 d\vec{l} + \int_{c_2} \vec{H}_2 d\vec{l} = H_1 c_1 + H_2 c_2 = \frac{Bl_{sr}}{4} \left( \frac{1}{\mu_1} + \frac{3}{\mu_2} \right),$$

док је десна страна:

$$\sum I = NI.$$

Након решавања постављене једначине,

$$\frac{Bl_{sr}}{4} \left( \frac{1}{\mu_1} + \frac{3}{\mu_2} \right) = NI,$$

одређује се интензитет вектора магнетне индукције у торусу:

$$B = \frac{4NI}{l_{sr} \left( \frac{1}{\mu_1} + \frac{3}{\mu_2} \right)},$$

а потом и интензитети вектора магнетног поља у срединама са магнетним пермеабилностима  $\mu_1$  и  $\mu_2$ ,

$$H_1 = \frac{B}{\mu_1} = \frac{4NI}{l_{sr} \left( 1 + \frac{3\mu_1}{\mu_2} \right)} \text{ и } H_2 = \frac{B}{\mu_2} = \frac{4NI}{l_{sr} \left( 3 + \frac{\mu_2}{\mu_1} \right)}.$$

б) Коефицијент сопствене индуктивности торусног намотаја добија се преко укупног флукса вектора магнетне индукције. Како је у танком торусу поље хомогено, флукс вектора магнетне индукције је:

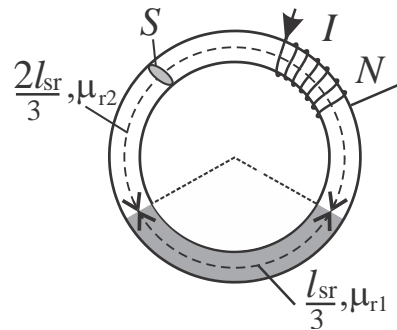
$$\Phi = NBS = \frac{4N^2IS}{l_{sr} \left( \frac{1}{\mu_1} + \frac{3}{\mu_2} \right)},$$

па је коефицијент самоиндуктивности:

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{4N^2S}{l_{sr} \left( \frac{1}{\mu_1} + \frac{3}{\mu_2} \right)}.$$

6. Танак торус са  $N$  густо и равномерно намотаних навојака танке жице, дужине средње линије  $l_{sr}$  и површине попречног пресека  $S$ , састоји се од два дела начињена од различитих материјала релативних магнетних пермеабилности  $\mu_{r1}$  и  $\mu_{r2}$  (слика 6). Кроз намотај протиче струја  $I$ . Одредити коефицијент сопствене индуктивности торусног намотаја.

Нумерички подаци:  $\mu_{r1} = 1, \mu_{r2} = 2, N = 400, S = 2 \text{ cm}^2, l_{sr} = 192\pi \text{ cm}$ .



Слика 6

---


$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{3\mu_0 N^2 S}{l_{sr} \left( \frac{1}{\mu_{r1}} + \frac{2}{\mu_{r2}} \right)} = 10 \mu\text{H}.$$