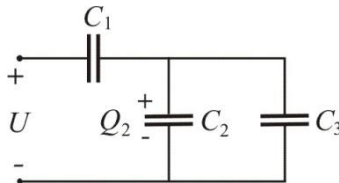


# Спрезање кондензатора

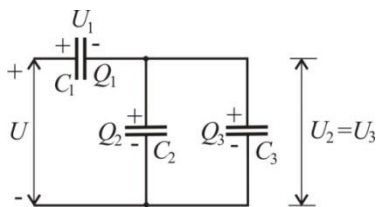
1. Три кондензатора познатих капацитивности  $C_1 = 6\text{nF}$ ,  $C_2 = 1\text{nF}$  и  $C_3 = 2\text{nF}$ , везани су као на слици 1 и прикључени на напон  $U$ . Ако је позната количина наелектрисања на кондензатору капацитивности  $C_2$ ,  $Q_2 = 10\mu\text{C}$ , одредити:

- Напон на који је прикључена ова веза кондензатора;
- Енергију на сваком од кондензатора.

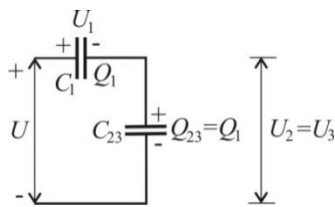


Слика 1

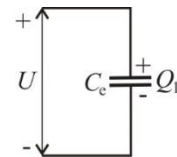
а) Ако је позната количина електрицитета којом је оптерећен кондензатор капацитивности  $C_2$  може се израчунати напон на том кондензатору, који је уједно и напон на њему паралелно спрегнутом кондензатору, капацитивности  $C_3$  (слика 1.1):



Слика 1.1



Слика 1.2



Слика 1.3

$$U_2 = \frac{Q_2}{C_2} = 10\text{kV}, \quad U_2 = U_3 \text{ (паралелна веза).}$$

Количина електрицитета која се налази на електродама кондензатора капацитивности  $C_3$  је:

$$Q_3 = C_3 U_3 = 20\mu\text{C}.$$

Да би се кондензатори  $C_2$  и  $C_3$  оптерелили тим количинама наелектрисања, кроз кондензатор капацитивности  $C_1$  је протекла количина електрицитета  $Q_1 = Q_{23}$ , слика 1.2:

$$Q_{23} = Q_2 + Q_3 = 30\mu\text{C}, \quad Q_1 = Q_{23} = 30\mu\text{C} \text{ (редна веза).}$$

Напон на  $C_1$  и напон на који је прикључена ова мешовита веза кондензатора је:

$$U_1 = \frac{Q_1}{C_1} = 5\text{kV}, \quad U = U_1 + U_2 = 15\text{kV}.$$

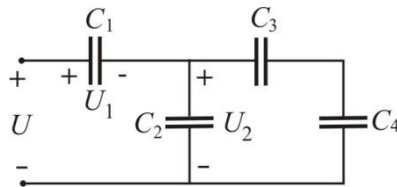
б) На основу познатог напона и количина електрицитета могу се израчунате енергије на сваком од кондензатора:

$$W_1 = \frac{1}{2} Q_1 U_1 = 75\text{mJ}, \quad W_2 = \frac{1}{2} Q_2 U_2 = 50\text{mJ}, \quad W_3 = \frac{1}{2} Q_3 U_3 = 100\text{mJ}.$$

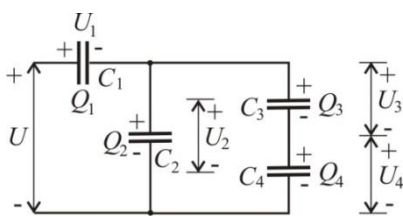
Укупна енергија на свим кондензаторима је  $W = W_1 + W_2 + W_3 = 225\text{mJ}$ . На основу закона о одржању рада и енергије исту толику енергију извор напона  $U$  предаје кондензаторима у

току њиховог пуњења (теоријски тај прелазни режим траје неограничено дуго), тј.  
 $W = \frac{1}{2} C_e U^2 = 225 \text{ mJ}$  (слика 1.3).

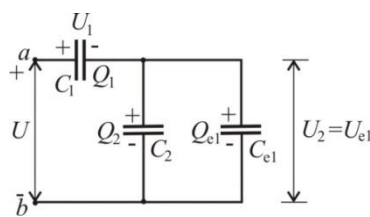
2. Израчунати еквивалентну капацитивност везе кондензатора са слике. Уколико се ова веза прикључи на напон  $U = 300 \text{ V}$ , одредити укупну енергију свих кондензатора. Познато је:  $C_1 = C_2 = 6 \text{ nF}$ ,  $C_3 = 9 \text{ nF}$ ,  $C_4 = 18 \text{ nF}$ .



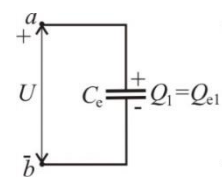
Слика 2



Слика 2.1



Слика 2.2



Слика 2.3

Редна веза кондензатора  $C_3$  и  $C_4$  се може заменити једним кондензатором, капацитивности  $C_{e1}$  (слика 2.2):

$$C_{e1} = \frac{C_3 C_4}{C_3 + C_4} = 6 \text{ nF}.$$

У односу на крајеве  $a$  и  $b$ , еквивалентна капацитивност је (слика 2.2 и слика 2.3):

$$C_e = \frac{(C_{e1} + C_2) C_1}{C_{e1} + C_2 + C_1} = 4 \text{ nF}.$$

Количина наелектрисања на еквивалентном кондензатору,  $Q_e$ , иста је као и на кондензатору  $Q_1$ :

$$Q_e = C_e U = 1.2 \mu\text{C}, \quad Q_1 = Q_e = 1.2 \mu\text{C}.$$

Израчунавање осталих вредности се врши на следећи начин:

$$U_1 = \frac{Q_1}{C_1} = 200 \text{ V}; \quad U_2 = U - U_1 = 100 \text{ V}; \quad Q_2 = C_2 U_2 = 0.6 \mu\text{C}; \quad Q_3 = Q_4 = Q_1 - Q_2 = 0.6 \mu\text{C};$$

$$U_3 = \frac{Q_3}{C_3} = \frac{200}{3} \text{ V}; \quad U_4 = U_2 - U_3 = \frac{100}{3} \text{ V}.$$

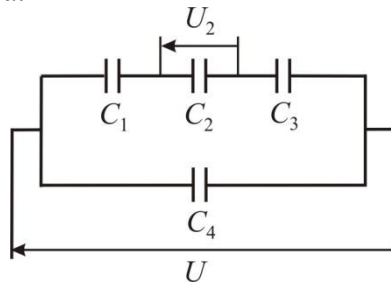
Укупна енергија, једнака збиру електростатичких енергија свих кондензатора, је:

$$W_e = \frac{1}{2} C_e U^2 = 180 \mu\text{J}.$$

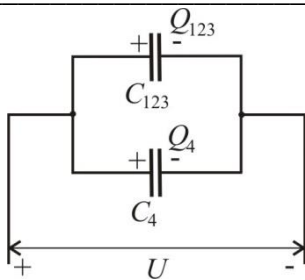
3. Кондензатори, капацитивности  $C_1 = C_2 = 20\text{nF}$ ,  $C_3 = 10\text{nF}$  и  $C_4 = 5\text{nF}$ , прикључени су на непознати напон  $U$  (слика 3). Ако је напон на кондензатору капацитивности  $C_2$ ,  $U_2 = 400\text{V}$ , одредити:

а) Напон  $U$ .

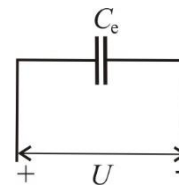
б) Укупну енергију кондензатора.



Слика 3



Слика 3.1



Слика 3.2

а) Сличним поступком као и у претходним примерима, добија се:

$$Q_2 = C_2 U_2 = 8\mu\text{C}; \quad Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_{123} = 8\mu\text{C}; \quad (\text{слика 3.1}),$$

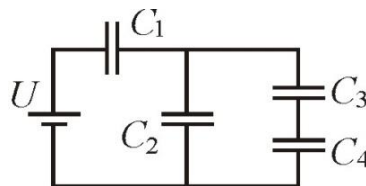
$$\frac{1}{C_{123}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}; \quad \Rightarrow C_{123} = 5\text{nF};$$

$$U = \frac{Q_{123}}{C_{123}} = 1.6 \cdot 10^3 \text{ V}.$$

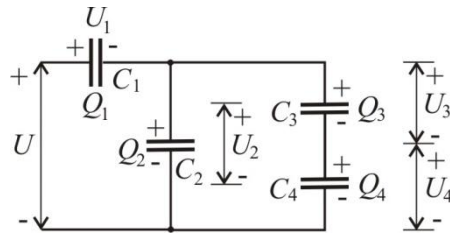
б) Када се веза кондензатора замени једним кондензатором, еквивалентне капацитивности  $C_e$  (слика 3.1 и слика 3.2),  $C_e = C_{123} + C_4 = 10\text{nF}$ , за укупну електростатичку енергију свих кондензатора се добија:

$$W_e = \frac{1}{2} C_e U^2 = 12.8 \text{ mJ}.$$

4. У вези кондензатора са слике 4 познати су напон  $U_3$  на кондензатору  $C_3$  и капацитивности свих кондензатора. Израчунати прикључен напон  $U$  и енергије свих кондензатора. Познато је:  $U_3 = 40\text{V}$ ,  $C_1 = 10\text{nF}$ ,  $C_2 = C_3 = 3\text{nF}$ ,  $C_4 = 6\text{nF}$ .



Слика 4



Слика 4.1

На основу означених вредности напона и наелектрисања свих кондензатора (слика 4.1) може се писати:

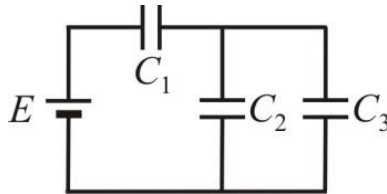
$$Q_3 = C_3 U_3 = 120 \text{ nC}; \quad Q_3 = Q_4 \text{ (редна веза)}; \quad U_4 = \frac{Q_4}{C_4} = 20 \text{ V}; \quad U_2 = U_3 + U_4 = 60 \text{ V};$$

$$Q_2 = C_2 U_2 = 180 \text{ nC}; \quad Q_1 = Q_2 + Q_3 = 300 \text{ nC}; \quad U_1 = \frac{Q_1}{C_1} = 30 \text{ V}; \quad U = U_1 + U_2 = 90 \text{ V}.$$

Енергије појединих кондензатора су:

$$W_1 = \frac{1}{2} Q_1 U_1 = 4.5 \mu\text{J}; \quad W_2 = \frac{1}{2} Q_2 U_2 = 5.4 \mu\text{J}; \quad W_3 = \frac{1}{2} Q_3 U_3 = 2.4 \mu\text{J}; \quad W_4 = \frac{1}{2} Q_4 U_4 = 1.2 \mu\text{J}.$$

5. Три равна ваздушна кондензатора повезана су као на слици 5 и прикључена на стални напон  $E$ . Одредити напоне и количине наелектрисања на сваком од кондензатора. Ако се између облога кондензатора капацитивности  $C_1$  убаци диелектрик релативне диелектричне константе  $\epsilon_r$ , одредити промену укупне енергије ове везе кондензатора. Познато је:  $C_1 = 10 \text{ nF}$ ,  $C_2 = 7 \text{ nF}$ ,  $C_3 = 3 \text{ nF}$ ,  $\epsilon_r = 4$  и  $E = 50 \text{ V}$ .



Слика 5

$$C_e = \frac{C_1(C_2 + C_3)}{C_1 + C_2 + C_3} = 5 \text{ nF}; \quad Q_e = C_e E = 250 \text{ nC}; \quad Q_1 = Q_{23} = Q_e = 250 \text{ nC};$$

$$U_1 = \frac{Q_1}{C_1} = 25 \text{ V}; \quad U_2 = U_3 = E - U_1 = 25 \text{ V}; \quad Q_2 = C_2 U_2 = 175 \text{ nC}; \quad Q_3 = Q_{23} - Q_2 = 75 \text{ nC}.$$

Када се у међуелектродни простор кондензатора убаци хомоген диелектрик, релативне диелектричне константе  $\epsilon_r$ , његова капацитивност се повећава  $\epsilon_r$  пута:

$$C'_1 = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{d} = \epsilon_r C_1 = 4 C_1,$$

$$C'_e = \frac{C'_1(C_2 + C_3)}{C'_1 + C_2 + C_3} = 8 \text{ nF}.$$

Ако се укупна електростатичка енергија свих кондензатора пре убацивања диелектрика у кондензатор капацитивности  $C_1$  обележи са  $W_e$ , а након убацивања изолатора са  $W_e'$ , онда је:

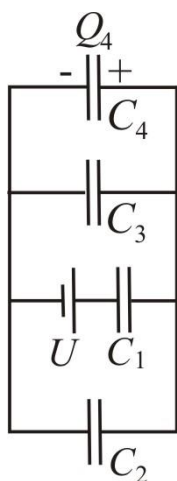
$$W_e = \frac{1}{2} C_e E^2 = 6.25 \mu\text{J},$$

$$W'_e = \frac{1}{2} C'_e E^2 = 10 \mu\text{J},$$

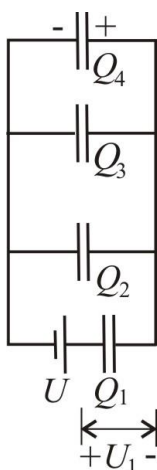
$$\Delta W_e = W'_e - W_e = 3.75 \mu\text{J}.$$

6. У колу приказаном шемом на слици 6 познате су вредности капацитивности свих кондензатора, као и количина наелектрисања на кондензатору  $C_4$ ,  $Q_4$ . Израчунати напон  $U$  на који је веза кондензатора прикључена, еквивалентну капацитивност везе кондензатора, као и укупну енергију везе кондензатора.

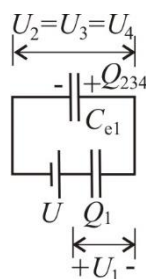
Нумерички подаци:  $C_1 = 20\text{nF}$ ,  $C_2 = C_3 = C_4 = 10\text{nF}$ ,  $Q_4 = 20\text{nC}$ .



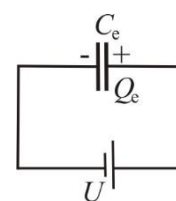
Слика 6



Слика 6.1



Слика 6.2



Слика 6.3

Кондензатори  $C_2$ ,  $C_3$  и  $C_4$  везани су у паралели (слика 6.1):

$$C_{e1} = C_2 + C_3 + C_4 = 3C_2 = 30\text{nF},$$

па на ред са кондензатором  $C_1$  (слика 6.2). За еквивалентну капацитивност (слика 6.3) се добија:

$$C_e = \frac{C_{e1} C_1}{C_{e1} + C_1} = 12\text{nF}.$$

Напон  $U$  на који је веза кондензатора прикључена добија се на следећи начин:

$$U_4 = \frac{Q_4}{C_4} = 2\text{V}; \quad U_2 = U_3 = U_4 = 2\text{V};$$

$$Q_2 = Q_3 = Q_4 = 20\text{nC}; \quad (\text{јер је } C_2 = C_3 = C_4);$$

$$Q_{234} = Q_2 + Q_3 + Q_4 = 60\text{nC};$$

$$Q_e = Q_1 = Q_{234} = 60\text{nC};$$

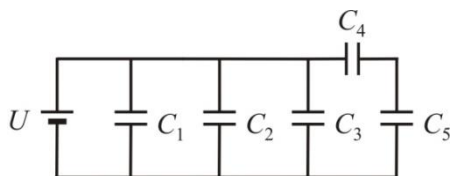
$$U = \frac{Q_e}{C_e} = 5\text{V}.$$

$$\text{Укупна енергија је: } W = \frac{1}{2} Q_e U = \frac{1}{2} C_e U^2 = \frac{1}{2} \frac{Q_e^2}{C_e} = 150\text{nJ}.$$

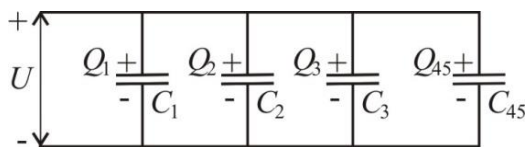
7. Веза кондензатора, приказана на слици 7, прикључена је на непознат напон  $U$ . Ако је кондензатор  $C_2$  оптерећен количином електрицитета  $Q_2$ , одредити:

- Напон  $U$ .
- Количину електрицитета на сваком од кондензатора.
- Енергију на сваком од кондензатора.

Познато је:  $C_1 = 1\mu\text{F}$ ,  $C_2 = 2\mu\text{F}$ ,  $C_3 = 3\mu\text{F}$ ,  $C_4 = C_5 = 8\mu\text{F}$ ,  $Q_2 = 2\text{mC}$ .



Слика 7



Слика 7.1

а)  $U = U_1 = U_2 = U_3 = \frac{Q_2}{C_2} = 10^3 \text{ V} = 1\text{kV}$ . (паралелна веза - слика 7.1)

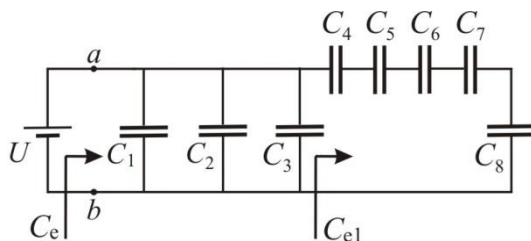
б)  $Q_1 = C_1 U_1 = 1\text{mC}$ ;  $Q_3 = C_3 U_3 = 3\text{mC}$ ;  $Q_{45} = C_{45} U = 4\text{mC}$ ;  
 $Q_4 = Q_5 = Q_{45} = 4\text{mC}$  (редна веза).

в)  $W_1 = \frac{1}{2} C_1 U^2 = 0.5\text{J}$ ;  $W_2 = \frac{1}{2} C_2 U^2 = 1\text{J}$ ;

$W_3 = \frac{1}{2} C_3 U^2 = 1.5\text{J}$ ;  $W_4 = \frac{Q_4^2}{2C_4} = 1\text{J}$ ;

$W_5 = \frac{Q_5^2}{2C_5} = 1\text{J}$ .

8. Група кондензатора повезана је као на слици 8 и прикључена на напонски генератор електромоторне силе  $U = 20\text{V}$ . Одредити еквивалентну капацитивност ове групе кондензатора, као и напоне и количине наелектрисања на сваком од кондензатора. Познато је:  $C_1 = C_2 = C_3 = 2\mu\text{F}$ ,  $C_4 = C_5 = C_6 = C_7 = C_8 = 10\mu\text{F}$ .



Слика 8

Редна веза кондензатора  $C_4 = C_5 = C_6 = C_7 = C_8$  се може заменити кондензатором капацитивности  $C_{e1}$ :

$$\frac{1}{C_{e1}} = \frac{1}{C_4} + \frac{1}{C_5} + \frac{1}{C_6} + \frac{1}{C_7} + \frac{1}{C_8} \Rightarrow C_{e1} = \frac{C_4}{5} = 2\mu\text{F},$$

која је везана паралелно са преостала три кондензатора:

$$C_e = C_1 + C_2 + C_3 + C_{e1} = 8\mu\text{F}.$$

Напон на паралелно везаним кондензаторима је исти:

$$U_1 = U_2 = U_3 = U_{e1} = U = 20\text{V},$$

а пошто су исте и њихове капацитивности, иста су и њихова наелектрисања:

$$Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_{e1} = \frac{1}{4}(C_e U) = 40\mu\text{C}.$$

Кондензатори  $C_4, C_5, C_6, C_7, C_8$  су везани редно, па је на њима исто наелектрисање:

$$Q_4 = Q_5 = Q_6 = Q_7 = Q_8 = Q_{e1} = 40\mu\text{C},$$

одакле следи да је:

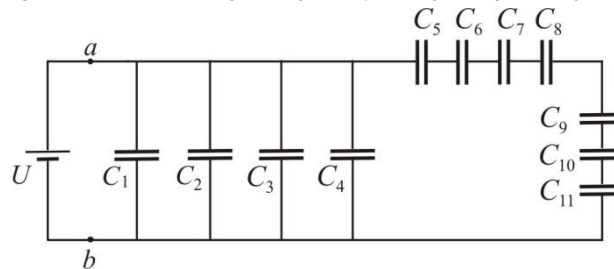
$$U_4 = U_5 = U_6 = U_7 = U_8 = \frac{U}{5} = 4\text{V}.$$

9. Група кондензатора је прикључена на напон  $U = 280\text{V}$  (слика 9). Одредити:

- Еквивалентну капацитивност између тачака  $a$  и  $b$ ;
- Напоне и количине наелектрисања на сваком од кондензатора;
- Укупну енергију кондензатора.

Познато је:

$$C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = 2\mu\text{F}, \quad C_5 = C_6 = C_7 = C_8 = C_9 = C_{10} = C_{11} = 14\mu\text{F}.$$



Слика 9

$$\text{a) } \frac{1}{C_{e1}} = \frac{1}{C_5} + \frac{1}{C_6} + \frac{1}{C_7} + \frac{1}{C_8} + \frac{1}{C_9} + \frac{1}{C_{10}} + \frac{1}{C_{11}} \Rightarrow C_{e1} = \frac{C_5}{7} = 2\mu\text{F};$$

$$C_e = C_1 + C_2 + C_3 + C_4 + C_{e1} = 10\mu\text{F}.$$

$$\text{б) } U_1 = U_2 = U_3 = U_4 = U_{e1} = U = 280\text{V};$$

$$C_5 = C_6 = \dots = C_{11} \Rightarrow U_5 = U_6 = U_7 = U_8 = U_9 = U_{10} = U_{11} = \frac{U}{7} = 40\text{V};$$

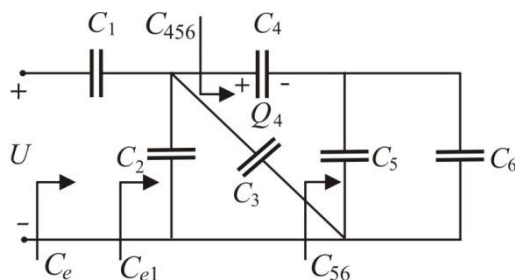
$$C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = C_{e1} \Rightarrow Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 = Q_{e1} = C_1 U = 560\mu\text{C};$$

$$Q_5 = Q_6 = Q_7 = Q_8 = Q_9 = Q_{10} = Q_{11} = Q_{e1} = C_1 U = 560\mu\text{C}.$$

$$\text{в) } W = \frac{1}{2} C_e U^2 = 392\text{ mJ}.$$

10. Шест кондензатора познатих капацитивности  $C_1 = 30\text{nF}$ ,  $C_2 = C_3 = C_5 = C_6 = 10\text{nF}$  и  $C_4 = 20\text{nF}$ , повезана су као на слици 10. Количина наелектрисања на кондензатору  $C_4$  је

позната и износи  $Q_4 = 20\mu\text{C}$ . Одредити еквивалентну капацитивност ове везе кондензатора и напон на који је она прикључена. Одредити укупну енергију свих кондензатора.



Слика 10

$$C_{56} = C_5 + C_6 = 20\text{ nF}; \quad C_{456} = \frac{C_4 C_{56}}{C_4 + C_{56}} = 10\text{ nF}; \quad C_{e1} = C_3 + C_{456} + C_2 = 30\text{ nF};$$

$$C_e = \frac{C_1 C_{e1}}{C_1 + C_{e1}} = 15\text{ nF}.$$

Прикључени напон се може израчунати на следећи начин:

$$U_4 = \frac{Q_4}{C_4} = 10^3\text{ V}; \quad Q_4 = Q_{56} = Q_{456} = 20\mu\text{C}; \quad U_{56} = U_5 = U_6 = \frac{Q_{56}}{C_{56}} = 10^3\text{ V};$$

$$U_{e1} = U_4 + U_{56} = 2\text{ kV};$$

$$Q_3 = C_3 U_{e1} = 20\mu\text{C}; \quad Q_2 = C_2 U_{e2} = 20\mu\text{C};$$

$$Q_e = Q_1 = Q_{23456} = Q_2 + Q_3 + Q_{456} = 60\mu\text{C};$$

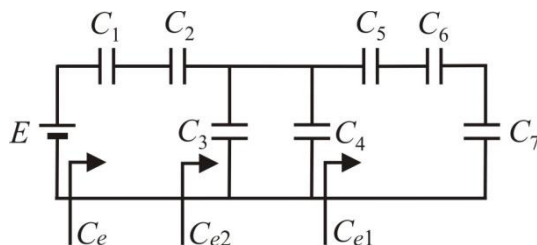
$$U_1 = Q_1 / C_1 = 2\text{ kV};$$

$$U = U_1 + U_{e1} = 4\text{ kV}.$$

Укупна енергија је:

$$W = \frac{1}{2} C_e U^2 = 120\text{ mJ}.$$

11. Одредити укупну енергију везе кондензатора са слике 11. Познато је:  $E=100\text{V}$ ,  $C_1=20\mu\text{F}$ ,  $C_2=60\mu\text{F}$ ,  $C_3=C_4=10\mu\text{F}$ ,  $C_5=C_6=C_7=30\mu\text{F}$ .



Слика 11

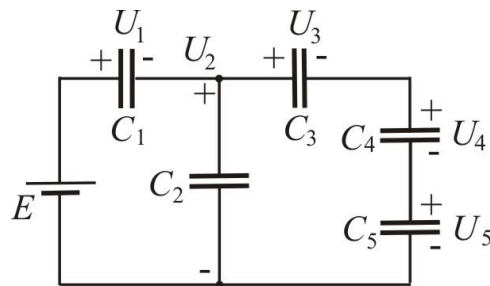
$$C_{e1} = \frac{1}{\frac{1}{C_5} + \frac{1}{C_6} + \frac{1}{C_7}} = \frac{C_5}{3} = 10\mu\text{F}; \quad C_{e2} = C_3 + C_4 + C_{e1} = 30\mu\text{F};$$



$$C_e = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_{e2}}} = 10 \mu\text{F}.$$

$$W_e = \frac{1}{2} C_e E^2 = 50 \text{mJ}.$$

12. Израчунати napone и количине наелектрисања на свим кондензаторима у колу приказаном на слици 12. Познато је:  $C_1 = C_2 = C_5 = 10 \mu\text{F}$ ,  $C_3 = C_4 = 20 \mu\text{F}$ ,  $U_5 = 20 \text{V}$ .



Слика 12

$$Q_5 = C_5 U_5 = 200 \mu\text{C};$$

$$Q_{345} = Q_3 = Q_4 = Q_5 = 200 \mu\text{C};$$

$$U_3 = \frac{Q_3}{C_3} = 10 \text{V};$$

$$U_4 = \frac{Q_4}{C_4} = 10 \text{V};$$

$$\frac{1}{C_{345}} = \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4} + \frac{1}{C_5} \Rightarrow C_{345} = 5 \mu\text{F}.$$

$$U_{345} = \frac{Q_{345}}{C_{345}} = 40 \text{V}; \text{ (или } U_{345} = U_2 = U_3 + U_4 + U_5 = 40 \text{V)}$$

$$U_2 = U_{345} = 40 \text{V} \Rightarrow Q_2 = C_2 U_2 = 400 \mu\text{C};$$

$$Q_{2345} = Q_2 + Q_{345} = 600 \mu\text{C};$$

$$Q_1 = Q_{2345} = 600 \mu\text{C} \Rightarrow U_1 = \frac{Q_1}{C_1} = 60 \text{V};$$

$$E = U_1 + U_{345} = 100 \text{V}.$$