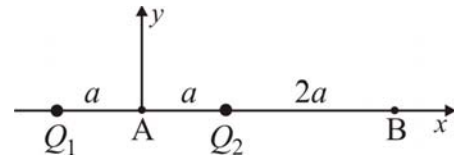


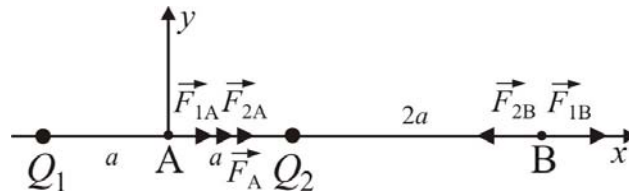
1. Два тачкаста наелектрисања $Q_1 = 400\text{pC}$ и $Q_2 = -100\text{pC}$ налазе се у диелектрику, релативне диелектричне константе $\epsilon_r = 2$, на међусобном растојању $2a$ ($a = 1\text{cm}$), као на слици 1. Одредити силу на наелектрисање $Q_3 = 100\text{pC}$ када се оно нађе:

- а) у тачки А(0,0);
 б) у тачки В(3a,0).



Слика 1

На наелектрисање Q_3 делује резултујућа сила \vec{F}_A , која је последица дејства одбојне Кулонове силе интеракције \vec{F}_{1A} између оптерећења Q_1 и Q_3 , као и привлачне силе \vec{F}_{2A} између наелектрисања Q_2 и Q_3 (Сл. 1.1):



Слика 1.1

$$\vec{F}_{1A} = F_{1A} \hat{x} = \frac{k_0 |Q_1| |Q_3|}{\epsilon_r a^2} \hat{x},$$

$$\vec{F}_{2A} = F_{2A} \hat{x} = \frac{k_0 |Q_2| |Q_3|}{\epsilon_r a^2} \hat{x}.$$

Ако је средина крута и линеарна у електричном смислу, резултујућа сила се добија као векторски збир:

$$\vec{F}_A = \vec{F}_{1A} + \vec{F}_{2A} = \frac{k_0 |Q_3|}{\epsilon_r a^2} (|Q_1| + |Q_2|) \hat{x},$$

$$\vec{F}_A = 2.25 \cdot 10^{-6} \hat{x} [\text{N}].$$

Приметимо да су вектори \vec{F}_{1A} и \vec{F}_{2A} колинеарни, тако да није било потребно разлагати их на компоненте.

На сличан начин је могуће одредити силу на наелектрисање Q_3 када се оно нађе у тачки В.

Наелектрисања Q_1 и Q_2 делују на наелектрисање Q_3 силама \vec{F}_{1B} и \vec{F}_{2B} , респективно:

$$\vec{F}_{1B} = F_{1B} \hat{x} = \frac{k_0 |Q_1| |Q_3|}{\epsilon_r 16a^2} \hat{x},$$

$$\vec{F}_{2B} = -F_{2B} \hat{x} = -\frac{k_0 |Q_2| |Q_3|}{\epsilon_r 4a^2} \hat{x},$$

а резултујућа сила је

$$\vec{F}_B = \vec{F}_{1B} + \vec{F}_{2B} = \frac{k_0 |Q_3|}{16\epsilon_r a^2} (|Q_1| - 4|Q_2|) \hat{x},$$

тј.
 $\vec{F}_B = 0.$

Укупна Кулонова сила на наелектрисање Q_3 је нула.

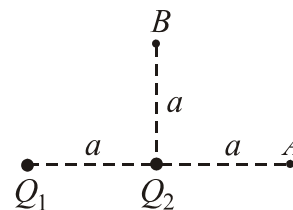
Могуће је закључити да су силе на то наелектрисање, које потичу од наелектрисања Q_1 и Q_2 , истог интензитета и правца а супротног смера, што доводи до тога да се оне пониште.

2. Два тачкаста наелектрисања, $Q_1 = 2\sqrt{2}Q$ и $Q_2 = -Q$, налазе се у вакууму и распоређена су као на слици 2. Одредити силу на наелектрисање $Q_3 = Q$ када се оно налази:

а) у тачки $A(a, 0)$;

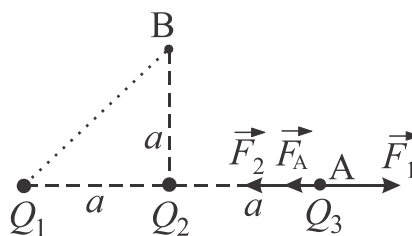
б) у тачки $B(0, a)$.

Бројни подаци: $Q = 6\text{nC}$, $a = 1\text{m}$.



Слика 2

а) Када се наелектрисање Q_3 нађе у тачки А (Сл. 2.1), на њега делују Кулоновим силама оптерећења Q_1 и Q_2 :



Слика 2.1

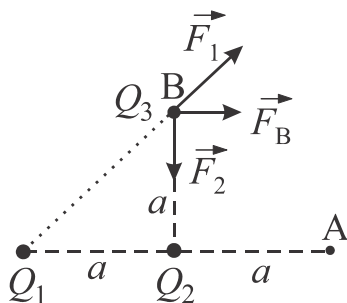
$$F_1 = k_0 \frac{Q_1 Q_3}{(2a)^2} = k_0 \frac{2\sqrt{2}Q^2}{4a^2},$$

$$F_2 = k_0 \frac{|Q_2| Q_3}{a^2} = k_0 \frac{Q^2}{a^2}.$$

Сила на наелектрисање Q_3 је

$$\vec{F}_A = (F_1 - F_2)\hat{x} = k_0 \frac{Q^2}{a^2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - 1 \right) \hat{x} = -94.932 \hat{x} [\text{nN}]$$

б) Када се наелектрисање Q_3 нађе у тачки В (Сл. 2.2), на њега делују оптерећења Q_1 и Q_2 :



Слика 2.2

$$F_1 = k_0 \frac{Q_1 Q_3}{(a\sqrt{2})^2} = k_0 \frac{\sqrt{2}Q^2}{a^2},$$

$$F_2 = k_0 \frac{|Q_2|Q_3}{a^2} = k_0 \frac{Q^2}{a^2}.$$

Вектори \vec{F}_1 и \vec{F}_2 нису колинеарни. Да би их сабрали потребно је сваки од њих разложити на компоненте по x и y оси. За \vec{F}_1 се добија:

$$F_{1x} = F_{1y} = \frac{\sqrt{2}}{2} F_1 = k_0 \frac{Q^2}{a^2},$$

док \vec{F}_2 има само y компоненту:

$$F_{2x} = 0,$$

$$F_{2y} = -\frac{\sqrt{2}}{2} F_1 = -k_0 \frac{Q^2}{a^2}.$$

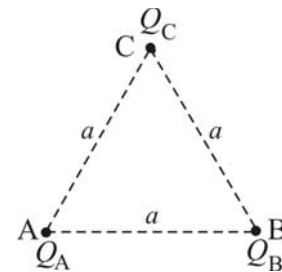
Укупна сила на наелектрисање Q_3 је

$$\vec{F}_B = F_{1x}\hat{x} + (F_{1y} + F_2)\hat{y} = k_0 \frac{Q^2}{a^2} \hat{x} + \left(k_0 \frac{Q^2}{a^2} - k_0 \frac{Q^2}{a^2} \right) \hat{y} = 0.324 \hat{x} [\mu\text{N}].$$

Могуће је уочити да резултујућа сила има само x компоненту, док се y компоненте поништавају.

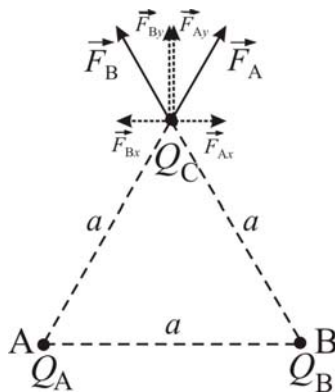
3. Тачкаста наелектрисања Q_A , Q_B и Q_C налазе се у теменима једнакостраничног троугла странице a , као на слици 3. Одредити вектор резултујуће силе на наелектрисање Q_C .

Познато је: $Q_A = Q_B = Q_C = 10\text{pC}$, $a = 1\text{m}$.



Слика 3

На наелектрисање Q_C делују истовремено одбојном силом и наелектрисање Q_A и наелектрисање Q_B (Сл. 3.1).



Слика 3.1

Интензитети тих сила се рачунају као:

$$F_A = k_0 \frac{Q_A Q_C}{a^2}$$

и

$$F_B = k_0 \frac{Q_B Q_C}{a^2}.$$

Да би се одредио резултујући вектор Кулонове силе на наелектрисање Q_C неопходно је споменута два вектора разложити на компоненте, затим израчунати укупну x и y компоненту вектора \vec{F}_C , а потом одредити интензитет резултујућег вектора и угао који он заклапа са позитивним смером x осе.

$$F_{Ax} = F_A \cos \frac{\pi}{3} = \frac{F_A}{2}, \quad F_{Ay} = F_A \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}F_A}{2},$$

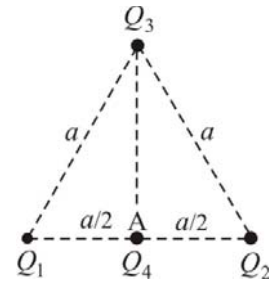
$$F_{Bx} = -F_B \cos \frac{\pi}{3} = -\frac{F_B}{2}, \quad F_{By} = F_B \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}F_B}{2},$$

$$\vec{F}_C = \vec{F}_A + \vec{F}_B = (F_{Ax} + F_{Bx})\hat{x} + (F_{Ay} + F_{By})\hat{y}$$

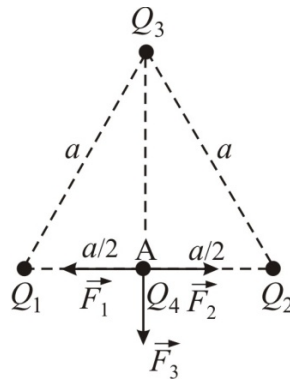
$$\vec{F}_C = \frac{\sqrt{3}k_0 Q_C}{2a^2} (Q_A + Q_B)\hat{y} = 0.9\sqrt{3}\hat{y}[\text{pN}] = 1.559\hat{y}[\text{pN}]$$

Резултујући вектор има само y компоненту, што значи да заклапа угао од $\frac{\pi}{2}$ rad са x осом.

4. Три тачкаста наелектрисања $Q_1 = -4\text{nC}$, $Q_2 = -7\text{nC}$ и $Q_3 = 8\text{nC}$ налазе се у теменима једнакостраничног троугла (слика 4) странице $a = 10\text{cm}$ у вакууму. Одредити силу на наелектрисање $Q_4 = 1\text{nC}$ које се налази у тачки А, на половини дужи која спаја наелектрисања Q_1 и Q_2 .



Слика 4



Слика 4.1

Поступак решавања овог задатка је потпуно исти као и у претходном примеру.

$$F_1 = k_0 \frac{|Q_1|Q_4}{a^2/4}, \quad F_2 = k_0 \frac{|Q_2|Q_4}{a^2/4}, \quad F_3 = k_0 \frac{Q_3Q_4}{3a^2/4},$$

$$\vec{F}_A = (F_2 - F_1)\hat{x} - F_3\hat{y},$$

$$\vec{F}_A = \left(k_0 \frac{4|Q_2|Q_4}{a^2} - k_0 \frac{4|Q_1|Q_4}{a^2} \right) \hat{x} - k_0 \frac{4Q_3Q_4}{3a^2} \hat{y}.$$

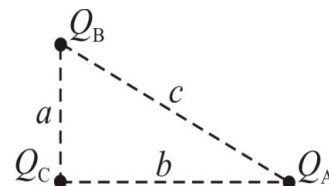
Након што се замене бројне вредности добија се:

$$\vec{F}_A = (10.8\hat{x} - 9.6\hat{y})[\mu\text{N}],$$

чији је интензитет

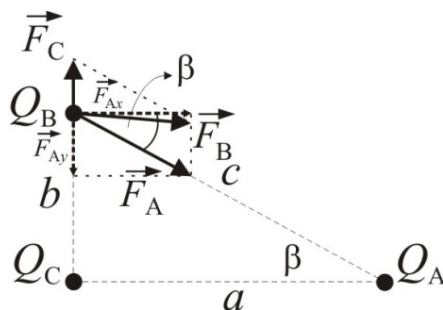
$$|\vec{F}_A| = 14.45[\mu\text{N}].$$

5. Три тачкаста наелектрисања Q_A , Q_B и Q_C налазе се у теменима троугла као на слици 5. Систем се налази у вакууму. Израчунати силу на наелектрисања Q_B и Q_C . Познато је: $Q_A = -5\text{nC}$, $Q_B = 9\text{nC}$, $Q_C = 1\text{nC}$, $a = 4\text{cm}$, $b = 3\text{cm}$, $c = 5\text{cm}$.



Слика 5

***Одређивање силе на наелектрисање које се налази у тачки В (Сл.5.1):



Слика 5.1

Силе које делују на наелектрисање Q_B су интензитета

$$F_A = k_0 \frac{|Q_A|Q_B}{c^2} = 162[\mu\text{N}],$$

и

$$F_C = k_0 \frac{|Q_B|Q_C}{b^2} = 90[\mu\text{N}].$$

Њихове компоненте су:

$$F_{Ax} = F_A \cos \beta = F_A \frac{a}{c} = \frac{4}{5} F_A = 129.6[\mu\text{N}],$$

$$F_{Ay} = -F_A \sin \beta = -F_A \frac{b}{c} = -\frac{3}{5} F_A = -97.2[\mu\text{N}],$$

$$F_{Cx} = 0,$$

$$F_{Cy} = F_C.$$

Вектор силе на наелектрисање Q_B је

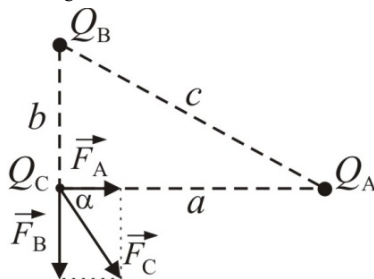
$$\vec{F}_B = \vec{F}_A + \vec{F}_C = F_{Ax}\hat{x} + (F_C + F_{Ay})\hat{y} = 129.6\hat{x} - 7.2\hat{y} [\mu\text{N}],$$

чији је интензитет и угао који заклапа са апсцисном осом:

$$F_B = \sqrt{F_A^2 + F_C^2} = 129.799 [\mu\text{N}], \quad \varphi = \arctan \frac{F_{By}}{F_{Bx}} = -3.18^\circ.$$

***Одређивање силе на наелектрисање које се налази у тачки С (Сл.5.2):

Силе које делују на наелектрисање Q_C :



Слика 5.2

$$F_A = k_0 \frac{|Q_A|Q_C}{a^2} = 28.125 \text{ } [\mu\text{N}]; \quad F_B = k_0 \frac{|Q_B|Q_C}{b^2} = 90 \text{ } [\mu\text{N}].$$

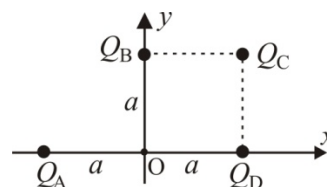
Вектор силе на наелектрисање Q_C је:

$$\vec{F}_C = \vec{F}_A + \vec{F}_B = F_A \hat{x} - F_B \hat{y},$$

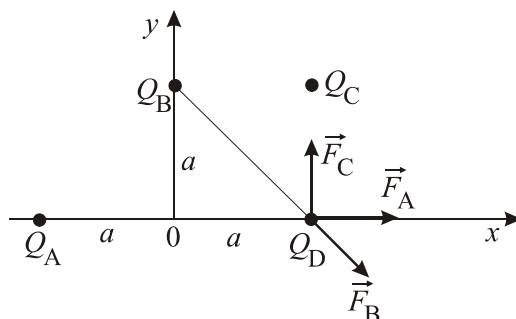
$$F_C = \sqrt{F_A^2 + F_B^2} = 94.3 \text{ } [\mu\text{N}],$$

$$\alpha = \arctan \frac{F_B}{F_A} = -72.7^\circ.$$

6. Тачкаста наелектрисања Q_A , Q_B , Q_C и Q_D распоређена су у вакууму као на слици 6. Одредити резултујућу силу на наелектрисање Q_D . Нумерички подаци: $Q_A = 2\text{nC}$, $Q_B = 4\text{nC}$, $Q_C = -\sqrt{2}\text{nC}$, $Q_D = 1\text{nC}$, $a = 0.3\text{m}$.



Слика 6



Слика 6.1

На основу оријентације вектора на сл.6.1 могуће је писати:

$$F_A = k_0 \frac{Q_A Q_D}{4a^2}, \quad F_B = k_0 \frac{Q_B Q_D}{2a^2}, \quad F_C = k_0 \frac{|Q_C| Q_D}{a^2};$$

$$F_{Ax} = F_A, \quad F_{Ay} = 0;$$

$$F_{Bx} = F_B \cos 45^\circ, \quad F_{By} = -F_B \sin 45^\circ;$$

$$F_{Cx} = 0, \quad F_{Cy} = F_C;$$

$$F_{Dx} = F_{Ax} + F_{Bx} + F_{Cx} = 191.42[\text{nN}],$$

$$F_{Dy} = F_{Ay} + F_{By} + F_{Cy} = 0,$$

$$\vec{F}_D = F_{Dx}\hat{x} + F_{Dy}\hat{y} = 191.42 \cdot \hat{x}[\text{nN}].$$